

二変量時間変数に基づく信頼性寿命解析 とその応用

横山 真弘

電気通信大学大学院情報システム学研究科
博士（工学）の学位申請論文

2014年3月

二変量時間変数に基づく信頼性寿命解析 とその応用

博士論文審査委員会

主査 鈴木和幸 教授

委員 田中健次 教授

委員 長岡浩司 教授

委員 植野真臣 教授

委員 田原康之 准教授

著作権保有者

横山 真弘

2014年3月

Reliability Data Analysis and its Application Based on Linear Bivariate History of Two-Dimensional Time Scale

Masahiro Yokoyama

Abstract

In reliability engineering, the failure mechanism is a key concept to identify the lifetime distribution and its time scale. However a failure phenomenon could be occurred by two or more failure mechanisms. Therefore the analysis of field reliability data may lead us to a conclusion different from the results of lab experiments. This thesis investigates the problem of multiple time scales, especially in bivariate cases, to assess the effects of failure mechanisms on field reliability by estimating the joint distribution function of the product lifetime on these time scales.

Pons (1986) proposed a nonparametric estimator of the joint cumulative hazard function of bivariate survival data in the presence of censoring. However this estimator does not consider the fact that each product has a bivariate history up to a failure or a censoring on a two-dimensional space. Intrinsically the lifetime distribution of a product on multiple time scales is univariate. Therefore this thesis proposes a simple estimator of the cumulative hazard function which takes usage histories of each product into consideration for analyzing field failure data of industrial products.

This estimator is proposed in Chapter 4 under the assumption that a sample path can be modeled as a straight line. Chapter 5 shows the analysis of an actual field reliability data to demonstrate that it enables estimation of the usage-frequency-dependent failure probability. The difference between this estimator and the estimator proposed by Pons (1986) is discussed in Chapter 6.

The estimator in Chapters 4 through 6 is proposed for the cases in which the product bivariate history is linear and only the event point, failure or censoring, is observed. Chapter 7 investigates the cases in which every product history is observed. Variables which affect the failure mechanism are commonly referred to covariates. For example, the temperature and the relative humidity are sometimes included into the analysis of reliability data as covariates. Recently, covariates can be obtained continuously by the use of Information and Communication Technology (ICT). Using a conversion model from a failure time to a new value taking covariate information, a method to estimate the value of a covariate effect on failure mechanism is shown. According to the above studies, it is shown that user's information such as usage-frequency and covariate becomes possible to be utilized for lifetime estimation.

二変量時間変数に基づく信頼性寿命解析 とその応用

横山真弘

概要

二つの時間尺度により故障データと観測打ち切りデータが得られている寿命データに対し、二変量に拡張した累積ハザード関数の推定量が従来研究として提案されている。一方、自動車などのように二つ以上の時間尺度（暦時間と走行距離）を有する製品では、二変量軸上で故障時点までの履歴（累積使用量曲線と呼ぶ）を考慮すべき場合が多い。そこで、累積使用量曲線を直線と仮定した製品の二変量での故障データと打ち切りデータに対して、累積使用量曲線を考慮した累積ハザード関数の推定方法を提案する。これにより、ユーザによる製品の使用頻度の違いを考慮した寿命分布の推定や特性の把握が可能となる。

さらに近年の情報通信技術の発達により、故障に対して何かしらの影響を与えるような製品の使われ方に関する情報や環境条件など（これらを共変量と呼ぶ）がオンラインで取得されつつある。そこで、逐次的に取得される様々な共変量の活用に取り組み、共変量の影響の大きさの推定に関する一考察を示す。

これらにより、使用頻度や共変量を活用した製品の寿命特性の把握が可能となる。

目次

1	はじめに	1
1.1	寿命データの解析	1
1.2	暦時間と累積使用量による二変量寿命データ	2
1.3	累積使用量曲線	4
1.4	使用頻度を考慮した解析	6
1.5	オンライン状態監視により取得される共変量の活用	8
1.6	本稿の目的	8
1.7	本稿の構成	9
2	寿命分布と累積ハザード関数	11
2.1	一変量の寿命分布と累積ハザード関数	11
2.2	使用頻度を考慮した二変量の寿命分布と条件付き累積ハザード関数	12
2.3	二変量の同時寿命分布と同時累積ハザード関数	13
2.3.1	二変量の同時寿命分布と同時累積ハザード関数の定義	13
2.3.2	二変量の同時累積ハザード関数から同時累積故障確率への変換	14
3	累積ハザード関数の推定に関する先行研究	16
3.1	Nelson-Aalen 推定量	16
3.2	Pons[14] のよる二変量に拡張した累積ハザード関数の推定方法	17
3.3	従来研究を受けた本研究の提案	18

4	提案する累積ハザード関数の推定方法	19
4.1	累積ハザード法に基づく推定方法の提案	19
4.1.1	集計表に基づく推定のための格子の生成	19
4.1.2	累積ハザード関数の推定手順	22
4.2	集計表を用いた場合の Pons[14] の同時累積ハザード関数の推定方法	23
5	提案方法の実際例への適用	25
5.1	提案方法の実データへの適用	25
5.1.1	実データからのリスクセットの集計までの結果	25
5.1.2	3次元ワイブルプロットによる解析	30
5.1.3	提案方法による推定結果の更なる活用	32
5.2	Pons[14] の方法に基づく解析との比較	35
5.2.1	Pons[14] の方法によるリスクセットの集計	35
5.2.2	Pons[14] の方法に基づく同時累積故障確率の推定結果との比較	36
6	提案方法による同時累積故障確率の推定の検証	38
6.1	変量効果モデルにより発生させた累積使用量曲線を有する故障データ	38
6.2	打ち切りを含んだ故障データによる検証	42
6.2.1	同時累積故障確率の経験分布関数との比較	42
6.2.2	ϵ_{ij} の標準偏差が 0.5 となる図 12 のデータの場合の結果	43
6.2.3	ϵ_{ij} の標準偏差が 2.5 となる図 13 のデータの場合の結果	46
6.2.4	累積使用量曲線を直線とまらない場合の検証	48
6.2.5	データ数を増やし、集計表を細かくした場合の検証	49
6.3	Pons の方法との比較の考察	52

7	共変量の影響の大きさの検討に関する研究	54
7.1	オンライン状態監視により取得される共変量	54
7.2	本章における共変量を取り入れた解析の目的	54
7.3	共変量の影響の大きさの推定に関する本章の主張	55
7.3.1	共変量を取り入れた寿命分布の推定に関する従来研究	55
7.3.2	本章における主張	56
7.4	尤度関数による解析的な考察	57
7.5	シミュレーションによる確認	59
7.5.1	本章で扱う共変量	59
7.5.2	シミュレーションの方法	60
7.5.3	シミュレーションの結果	63
7.6	まとめと今後の課題	68
8	結論	70
8.1	本稿の結論	70
8.2	今後の課題	71
付録 A	分割領域の検討	72
付録 B	MSE_{kl} の重み付き平均の計算過程	76

図目次

1	データの二変量の故障時点と打ち切り時点 (×: 故障, ○: 打ち切り, 8988 台分)	3
2	累積使用量曲線の例	4
3	故障と打ち切り以前の途中の履歴が得られている製品の二変量の故障時点と打ち切り時点 (×: 故障, ○: 打ち切り, 1080 台分)	5
4	図3と同じデータの累積使用量曲線 (×: 故障, ○: 打ち切り, ∙: 故障と打ち切り以前の途中の履歴, 点線: 累積使用量曲線, 1080 台分)	5
5	図2以外のデータの二変量の故障時点と打ち切り時点 (×: 故障, ○: 打ち切り, 7908 台分)	7
6	対数尺での間隔を 0.2 とした時の (5 × 5) 個の領域	21
7	直線となる累積使用量曲線を考慮した場合における, (5 × 5) 個の領域の E_{23} に対する例	23
8	集計表に基づいた Pons[14] の二変量に拡張した累積ハザード関数の推定量の場合における, (5 × 5) 個の領域の E_{23} に対する例	24
9	故障データの散布図 (常用対数尺)	26
10	提案方法による各層での条件付き累積ハザード関数の 3 次元ワイブルプロット (図中の $\log_{10} \hat{H}$ の値は \hat{F} に変換した値を示す)	31

11	群間変動 η_i が対数正規分布 (対数変換後の平均が 1.0, 標準偏差が 0.5) となる累積使用量曲線 (× : 故障, 点線 : 累積使用量曲線, 200 台分)	39
12	群内変動 ε_{ij} が正規分布 (平均が 0, 標準偏差が 0.5) となる累積使用量曲線 (× : 故障, ・ : Δx_{ij} ごとの時点, 点線 : 累積使用量曲線, 200 台分)	40
13	群内変動 ε_{ij} が正規分布 (平均が 0, 標準偏差が 2.5) となる累積使用量曲線 (× : 故障, ・ : Δx_{ij} ごとの時点, 点線 : 累積使用量曲線, 200 台分)	41
14	ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた各推定値 (50 回分) の箱ひげ図 (表 10 中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲を抜粋) . . .	45
15	ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータを用いた各推定値 (50 回分) の箱ひげ図 (表 10 中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲を抜粋) . . .	47
16	直線とならない場合の累積使用量曲線 (× : 故障, ・ : Δx_{ij} ごとの時点, 点線 : 累積使用量曲線, 200 台分, η_i : 対数正規分布 (対数尺での平均が 0.2, 標準偏差が 0.5) に従う, ε_{ij} : 正規分布 (平均が 0.5, 標準偏差が 0.5) を時点ごとに累積)	48
17	ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータに対するデータ数と集計表の細かさによる推定精度の検証 (表 13 中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲における推定値の平均)	51
18	ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータに対するデータ数と集計表の細かさによる推定精度の検証 (表 13 中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲を抜粋)	53
19	離散間隔で観測される共変量 z_q ($J = 4$)	59
20	$T^*(\boldsymbol{\beta})$ への変換	60
21	表 17 中の $\eta = 100$ の場合の β_1 の推定結果 ($\beta_1^* = 1.00$, プロットの中央が繰り返し数 1000 回の平均値, 上下が \pm 標準偏差)	66

22	表 17 中の β_1 の推定結果 ($\eta = 100$ の場合) の箱ひげ図 ($n = 10000$, 繰 り返し数 1000 回, $\beta_1^* = 1.00$)	67
23	提案方法における, 対数尺での間隔を 0.2 とした (5×5) 個の領域での, 領域 $\{(x,y) : 10^{1.4} < x \leq 10^{1.6}, 10^{1.2} < y \leq 10^{1.4}\}$ のリスクセットが存在 しうる範囲	73
24	分割領域の検討	73

表目次

1	対数尺で 0.1 刻みの各領域で観測された故障数 d_{kl} の実データ	28
2	対数尺で 0.1 刻みの各領域で観測された打ち切り数 c_{kl} の実データ . . .	28
3	提案方法におけるリスクセット数	29
4	提案方法による各層での条件付き累積ハザード関数の推定値 \hat{H} の対数 値 (結果の一部抜粋)	30
5	提案方法による各層の条件付き累積故障確率の推定値 (結果の一部抜 粋)	32
6	提案方法による同時累積故障確率の推定値 (結果の一部抜粋)	34
7	Pons[14] の方法におけるリスクセット数	35
8	Pons[14] の方法に基づく同時累積故障確率の推定値 (結果の一部抜粋)	37
9	[再掲] 提案方法による同時累積故障確率の推定値 (結果の一部抜粋)	37
10	ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた提案方法に基づく推定値の 平均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータあり, 結果の一部抜 粋)	44
11	ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた Pons[14] の方法に基づく推 定値の平均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータあり, 結果の 一部抜粋)	44
12	ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた経験分布による推定値の平 均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータなし, 結果の一部抜粋)	44

13	ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた提案方法に基づく推定値の平均 ($n = 25000$, 繰り返し数 50, 集計表を 5×5 倍, 打ち切りデータあり, 結果の一部抜粋)	50
14	ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた経験分布による推定値の平均 ($n = 25000$, 繰り返し数 50, 集計表を 5×5 倍, 打ち切りデータなし, 結果の一部抜粋)	50
15	[再掲] ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた提案方法に基づく推定値の平均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータあり, 結果の一部抜粋)	50
16	T_i^* を対数正規分布で発生させた際の結果 ($\beta_1^* = \beta_2^* = 1.00$, $\mu = 2.0$, $n = 1000$, 繰り返し数: 500)	63
17	ワイブル分布で発生させた $T_i^*(\beta^*)$ に対して $T_i^*(\beta)$ に対数正規分布を仮定した最尤推定で β を推定した結果 (繰り返し数 1000 回, $\beta_1^* = \beta_2^* = 1.00$)	65
18	ワイブル分布で発生させた $T_i^*(\beta^*)$ に対する変動係数最小化による β の推定結果 (繰り返し数 1000 回, $\beta_1^* = \beta_2^* = 1.00$)	69
19	図 24 のような分割領域による各層の条件付き累積故障確率の推定値 (結果の一部抜粋)	74
20	[再掲] 提案方法による各層の条件付き累積故障確率の推定値 (結果の一部抜粋)	75
21	ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータにおいて故障データが集計表の各範囲に現れる数の平均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50)	77
22	ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータを用いた提案方法に基づく推定値の MSE_{kl} ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータあり)	78

-
- 23 ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータを用いた Pons[14] の方法に基づく推定値の MSE_{kl} ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータあり) . . . 79

第1章

はじめに

1.1 寿命データの解析

市場型製品を製造する企業にとって、市場から取得される“故障データ”や“打ち切りデータ”などの寿命データを解析することにより、製品の寿命特性を把握し、最適な予防保全方法などの検討が可能となる。

ここで、寿命データに関する定義を示す。ある尺度上で値が変化する量を“変量”と呼ぶ。この際の尺度は、寿命データを扱う場合においては、製品の使用開始時点から着目した故障などの特定の事象が発生する時点までを測るため尺度として、“時間尺度”と呼ばれる。そしてその時間尺度に基づき、故障時点までの経過時間や使用量の累積値などの変量の実現値を故障データと呼ぶ。一方、ある製品の故障データを測定する際に、故障時点に至る前に測定が打ち切られることがある。時間尺度に基づき、測定が打ち切られた時点までの変量の測定値を打ち切りデータと呼ぶ。

これらの寿命データを測る時間尺度は暦時間のみではなく、複数の時間尺度を考慮することができる。例えば自動車では保有期間、走行距離、ミッションの変速回数、エンジンの起動回数、ドアの開閉回数など、さまざまな時間尺度がある。このような実使用量に関する時間尺度を“累積使用量”と呼ぶ。

上記のような複数の時間尺度の中で、どの時間尺度が最も寿命分布を記述するのに

適しているのかを検討する必要がある。その際、一つの時間尺度が選択される場合もあるが、複数の時間尺度が影響する場合もある。

1.2 暦時間と累積使用量による二変量寿命データ

正常な稼働を維持するために保全を必要とする製品において、実際に測定された寿命データが累計で 8988 台分ある。この製品は、故障発生時には暦時間とある累積使用量の二つの時間尺度で故障データが得られる。打ち切り時（観測期間中の最終動作確認時点）にも同様に、二つの時間尺度で打ち切りデータが得られる。このように二つの時間尺度で測定された変量を併せて、“二変量”と呼ぶ。

8988 台分のデータのうち、故障が観測されたものが 904 件、測定が打ち切られたものが 8084 件となっている。測定されたデータを (x_i, y_i, e_i) , $i = 1, \dots, 8988$, と記す。 i は各製品を識別するための“製品番号”とする。 x_i は製品 i の暦時間, y_i は製品 i の累積使用量を表し, $e_i = 1$ ならば (x_i, y_i) は故障データであり, $e_i = 0$ ならば (x_i, y_i) は打ち切りデータである。このデータの散布図を図 1（次ページ）に示す。

ここで、“寿命変量”と“打ち切り変量”, さらにその分布を定義する。まず、製品の故障あるいは観測打ち切りが、ある一つの時間尺度上の分布で定まるとする。その時間尺度上での寿命を表す変量（以下、“寿命変量”と呼ぶ）を T で表し、観測打ち切りを表す変量（以下、“打ち切り変量”と呼ぶ）を C で表す。 T はある寿命分布 $F(t)$ に従う連続量, C も T とは独立にある確率分布 $G(c)$ に従う連続量とし、それぞれ製品番号に依らないものとする。今、ある製品 i の暦時間上での寿命変量を T_i , 打ち切り変量を C_i とした際に、製品 i で測定される暦時間 x_i は、 T_i と C_i の最小値となり、 $x_i = \min\{T_i, C_i\}$ で表される。即ち、 $T_i \leq C_i$ のとき故障データが測定され、 $T_i > C_i$ のとき打ち切りデータが測定される。このような考え方は、“競合リスクモデル”と呼ばれている。

次に、製品の故障と観測打ち切りが暦時間と累積使用量の二つの時間尺度上の分布

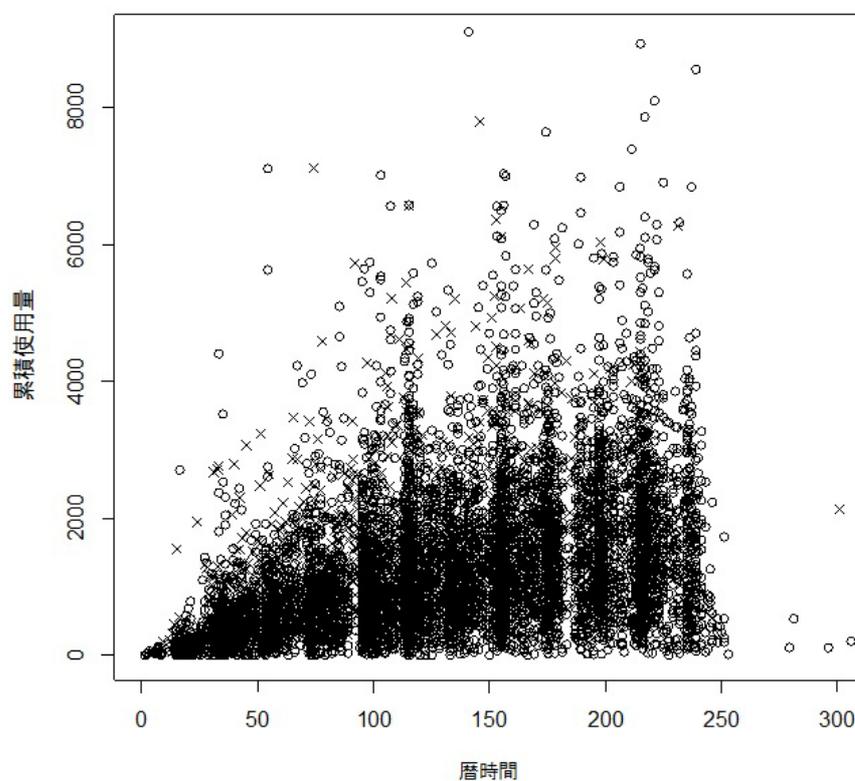


図 1: データの二変量の故障時点と打ち切り時点
(×: 故障, ○: 打ち切り, 8988 台分)

で定まるとする。それぞれの時間尺度での寿命変量を T_1, T_2 で表し、打ち切り変量を C_1, C_2 で表す。全て、連続量であるとする。 (T_1, T_2) はある二変量の寿命分布 $F(t_1, t_2)$ に従い、 (C_1, C_2) も (T_1, T_2) とは独立にある二変量の確率分布 $G(c_1, c_2)$ に従い、製品番号に依らずにそれぞれが同じ分布に従うものとする。このとき、ある製品 i の寿命変量を (T_{1i}, T_{2i}) 、打ち切り変量を (C_{1i}, C_{2i}) とすると、両二変量は $(0, 0)$ から出発する単調非減少関数上に存在する。そのような関数を、“累積使用量曲線”と呼ぶ。その曲線上において、このとき、 $T_{1i} \leq C_{1i}$ 、即ち、 $T_{2i} \leq C_{2i}$ であれば二変量の故障データが測定され、 $C_{1i} < T_{1i}$ 、即ち、 $C_{2i} < T_{2i}$ であれば二変量の打ち切り時点が測定される。

1.3 累積使用量曲線

ある一台の(暦時間, 累積使用量)が、 $(50, 1000)$ 、 $(120, 2200)$ では正常な動作が確認され、 $(200, 4000)$ で故障が発生したとする。各時点を結ぶことで、図2のように、ある一台の暦時間と累積使用量の軌跡(累積使用量曲線)を描くことが可能になる。

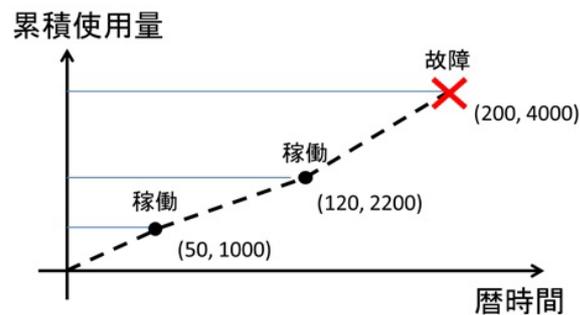


図 2: 累積使用量曲線の例

本稿で扱う事例において、特に図3に散布図を示した1080台においては、故障と打ち切り以前の途中の履歴が得られている。その1080台の累積使用量曲線が図4である。図4より、この事例では累積使用量曲線が概ね直線となっていることがわかる。

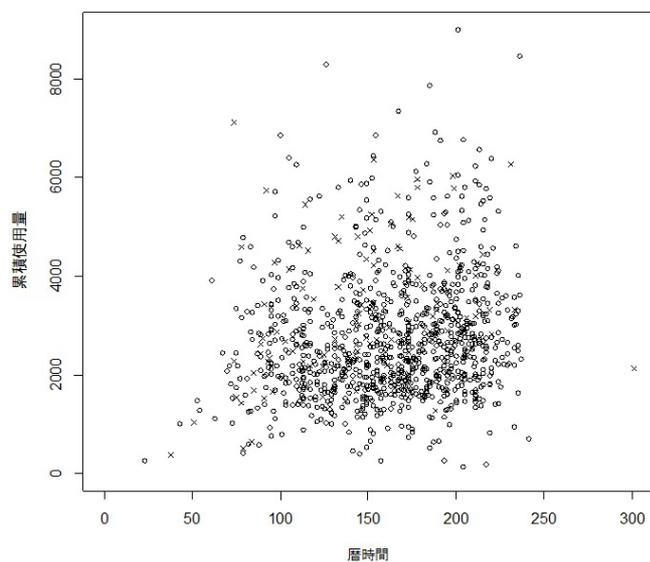


図 3: 故障と打ち切り以前の途中の履歴が得られている製品の二変量の故障時点と打ち切り時点 (×: 故障, ○: 打ち切り, 1080 台分)

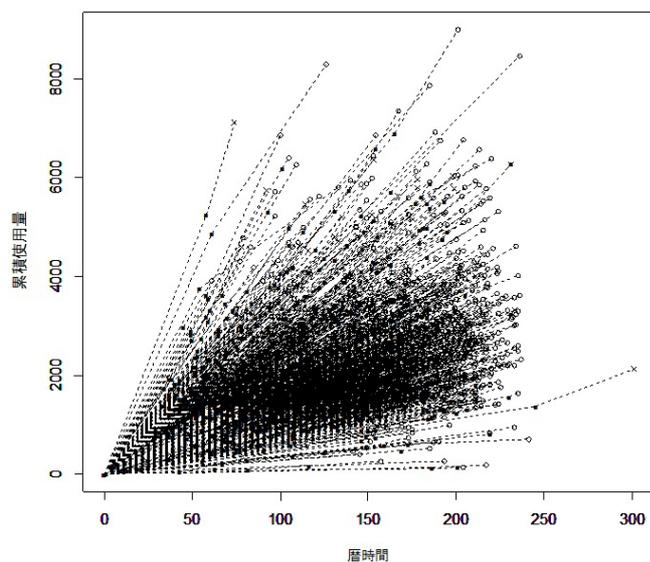


図 4: 図 3 と同じデータの累積使用量曲線 (×: 故障, ○: 打ち切り, ・: 故障と打ち切り以前の途中の履歴, 点線: 累積使用量曲線, 1080 台分)

1.4 使用頻度を考慮した解析

暦時間での単位期間（例えば，一日分など）における，累積使用量の増分を“使用頻度”と呼ぶ。ここで，暦時間 x_i と累積使用量 y_i の比 $a_i = y_i/x_i$ は，製品 i の使用頻度を表す。図4の結果より，本稿で扱う事例は，製品間では使用頻度 a_i に差があるものの，各製品内では使用期間中に使用頻度 a_i が大きくは変化しない特徴があることがわかる。本稿の事例のように複数の時間尺度で測定されている寿命データの解析では，各時間尺度で測定される変量同士の関係を考慮することが求められる。そこで本稿では，図4で示したような直線となる累積使用量曲線を有する二変量寿命データに対し，使用頻度を考慮した解析方法を提案する。

ここで，使用頻度 a_i を考慮した場合の寿命分布を定義する。使用頻度が共通のある値 A であるという条件を，“条件 A ”とする。条件 A の下での (T_1, T_2) は，ある二変量の条件付き寿命分布 $F(t_1, t_2|A)$ に従うものとする。条件 A の下での (C_1, C_2) も， (T_1, T_2) とは独立に，ある二変量の条件付き確率分布 $G(c_1, c_2|A)$ に従うものとする。なお，条件 A の下では，製品番号に依らずにそれぞれが同じ分布に従うものとする。

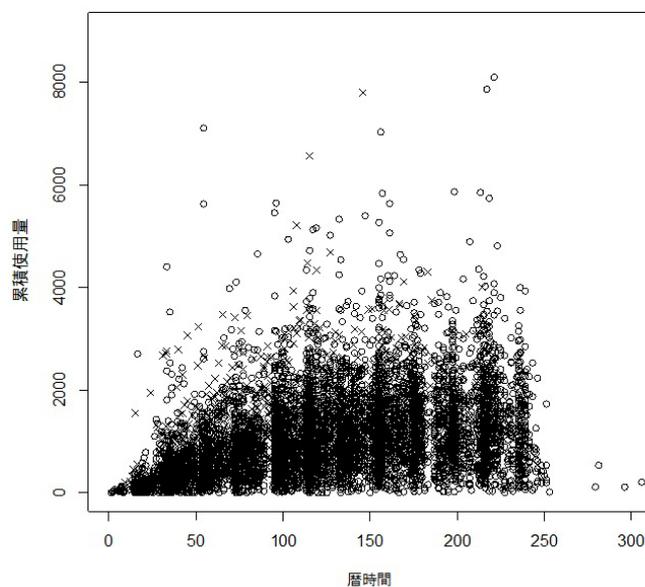


図5: 図2以外のデータの二変量の故障時点と打ち切り時点
(×: 故障, ○: 打ち切り, 7908 台分)

ところで、図1のデータのうち図3に現れていない残りの7908台については累積使用量曲線が観測されていない。図5はそれらのデータの散布図である。このように一部の対象にのみ詳細な履歴が観測されているが、残りの大半については故障時、もしくは打ち切り時のデータしか測定できないこともよくある。本稿では図4に基づき、履歴が詳細に観測されていない対象（図5）も含めて直線の累積使用量曲線を仮定することで、故障と打ち切りに至る途中の情報を用いずに、故障データと打ち切りデータ (x_i, y_i, e_i) のみを用いた解析方法を提案する。

1.5 オンライン状態監視により取得される共変量の活用

市場から取得される寿命データは、各製品のユーザにより様々な使われ方や環境条件で使用された下で測定される。ここで、時間尺度に基づく変量の増加とともに値が変化する量で、積載量などの使われ方、温度や湿度などの環境条件のように、製品の故障に対して影響を与えうる要因を“共変量”と呼ぶ。従来の市場型製品の寿命データ解析においては、製品使用途中の共変量を逐次的に取得し活用することが難しかった。しかし、近年の情報通信技術（Information and Communication Technology : ICT）の発達により、建設機械、複写機、PC など、身近な製品に対してオンラインによる状態監視が可能になりつつある。これにより、製品の使用途中の共変量を取得することが可能となる。本稿では、オンライン状態監視により取得される共変量の活用を、第7章にて扱う。

1.6 本稿の目的

第3章にて示す従来研究（Pons[14]）において、二変量の寿命データの解析方法が提案されている。しかし、従来研究（Pons[14]）は累積使用量曲線を考慮した推定方法ではないため、使用頻度に着目した解析を行うことができない。本稿では前述の背景を踏まえ、使用頻度を考慮した二変量寿命データの解析のための、二変量の条件付き累積ハザード関数の推定方法を提案する。提案方法により推定した条件付き累積ハザード関数の対数値を累積ハザード紙に倣って両対数軸の平面上に3次元の曲面として描くことで、故障発生率への使用頻度の依存性や二つの時間尺度との関係を視覚的に捉えることができる。さらに、二変量による条件付き累積故障確率を評価することで、使用頻度を考慮した故障発生の予測を行うことが可能となる。

本稿の後半では、逐次的に取得される共変量の活用を考える。従来研究において、ある時間尺度で測定される変量を基に、共変量を取り入れた新しい変量に変換するモ

デルが提案されている。このモデルでは、変換後の変量に従う寿命分布があらかじめわかっているもとで、共変量の影響の大きさの推定を考える。本稿では、このモデルを用いて故障の発生に対する共変量の影響の大きさを検討する際に、変換後の変量を実際に従う寿命分布の型がワイブル分布であっても、対数正規分布を仮定することにより共変量の影響の大きさが近似的に求まることを解析的に示し、近似の有効性をシミュレーションにより確認する。このように共変量を取り入れて変量を変換し累積使用量曲線に直線性が成り立つようにすることで、使用頻度を考慮した提案方法の適用の幅が広がる。

1.7 本稿の構成

本稿は8つの章により構成されている。第2章から第6章において使用頻度の影響を考慮した二変量の累積ハザード関数のノンパラメトリックな推定方法の提案に関する内容を記す。そして、第7章において、共変量の活用への取り組みについて記したのち、第8章にてまとめる。

第2章では、一変量の寿命分布と累積ハザード関数の関係、二変量の条件付き分布および同時分布と、その条件付き累積ハザード関数と同時累積ハザード関数の関係を示し、累積使用量曲線を考慮した推定と考慮しない推定との違いについて述べる。第3章では、累積ハザード関数によるノンパラメトリックな寿命分布の推定方法の先行研究として、Nelson-Aalen 推定量 (Nelson[12], Aalen[1]) を示し、さらに累積使用量曲線を考慮しない二変量の同時累積ハザード関数の推定量 (Pons[14]) を示す。第4章では、提案方法として使用頻度による層別の下での二変量の条件付き累積ハザード関数の推定方法を示す。そして比較のための、既存の研究である Pons[14] で示されている二変量の同時累積ハザード関数の推定量に対して、集計表に基づいた離散化された寿命データを扱う場合における推定方法も示す。

第5章では、本章にて示したある製品の8988台分の二変量寿命データの実データを用いて、提案方法を用いた解析の実際例への適用方法を示す。そして、既存の研究であるPons[14]の方法に基づく推定結果との違いを示す。さらに第6章では、第5章での既存研究との結果の違いに対して、シミュレーションによる検証を行う。

第7章では、共変量を扱う取り組みについて論じる。まず、従来研究である共変量を取り入れて変換するモデルを示す。そして、その変換後の変量が実際に従う寿命分布の型がワイブル分布であっても、対数正規分布を仮定することにより共変量の影響の大きさが近似的に求まるという本研究の主張を示す。そして、近似の関係についての解析的な考察を示した上で、シミュレーションによりその近似の有効性の確認し、サンプル数や分布のパラメータの影響について考察している。

第8章では、本稿の内容をまとめた上で、今後の取り組む課題について述べる。

第2章

寿命分布と累積ハザード関数

本稿の第4章にて、使用頻度を考慮した条件付きの累積ハザード関数の推定方法を提案する。本章では、累積ハザード関数と寿命分布の関係について述べる。

2.1 一変量の寿命分布と累積ハザード関数

まず、一変量の場合の寿命分布に関する定義を行う。ある時間尺度において、

$$S(t) = P\{T > t\}, t \geq 0$$

$$F(t) = P\{T \leq t\} = 1 - S(t), t \geq 0$$

とする。 $S(t)$ は信頼度関数、 $F(t)$ は累積故障確率（累積分布関数）と呼ばれる。ここで、確率密度関数 $f(t)$ が存在するとき、

$$F(t) = \int_0^t f(u) du$$

となる。さらに、

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{S(t)}$$

とするとき、 $\lambda(t)$ は故障率、あるいはハザードレイトと呼ばれる。

ここで、式(2.1)のように $\lambda(t)$ を累積した値を“累積ハザード関数” $\Lambda(t)$ と定義する。

$$\begin{aligned}\Lambda(t) &= \int_0^t \lambda(u)du = -\log \int_t^\infty \lambda(u)du + \log \int_0^\infty \lambda(u)du \\ &= -\log \int_t^\infty \lambda(u)du = -\log S(t) = -\log(1 - F(t))\end{aligned}\quad (2.1)$$

式(2.1)より、累積ハザード関数 $\Lambda(t)$ を推定することにより、 $F(t)$ を推定することができる。

2.2 使用頻度を考慮した二変量の寿命分布と条件付き累積ハザード関数

第1章で定義したように、使用頻度が共通のある値 A であるという条件を、“条件 A ”とする。条件 A のもとでの二変量 (T_1, T_2) の条件付き信頼度関数を $S(t_1, t_2|A)$ 、二変量の条件付き累積故障確率を $F(t_1, t_2|A)$ とする。(∧は“かつ”の意味)

$$S(t_1, t_2|A) = P\{T_1 > t_1 \wedge T_2 > t_2|A\}$$

$$F(t_1, t_2|A) = P\{T_1 \leq t_1 \wedge T_2 \leq t_2|A\}$$

$f(t_1, t_2|A)$ を、 $F(t_1, t_2|A)$ の条件付き確率密度関数とする。

以下、 $S(t_1, t_2|A) > 0$ を満たす領域内で考える。 $F(t_1, t_2|A)$ の確率密度関数 $f(t_1, t_2|A)$ が存在するとき、二変量の条件付き故障率 $\lambda(t_1, t_2|A)$ は、次式で定義される。

$$\lambda(t_1, t_2|A) = \frac{f(t_1, t_2|A)}{S(t_1, t_2|A)}$$

さらに、二つの時間尺度における二変量の条件付き累積ハザード関数 $\Lambda(t_1, t_2|A)$ は、次式で定義される。

$$\Lambda(t_1, t_2|A) = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \lambda(u_1, u_2|A) du_1 du_2 \quad (2.2)$$

本稿では第4章で、使用頻度を考慮した条件付きの累積ハザード関数 $\Lambda(t_1, t_2|A)$ の推定方法を提案する。推定された条件付きの累積ハザード関数から、式(2.1)に基づき、条件付きの累積故障確率 $F(t_1, t_2|A)$ が求まる。さらに条件付きの累積故障確率は、同時累積故障確率に変換することも可能である。

条件付き確率密度関数を $f(t_1, t_2|A)$ とする。累積使用量曲線上で条件付き累積故障確率 $F(t_1, t_2|A)$ の推定量の差分をとることにより条件付き確率密度関数 $f(t_1, t_2|A)$ の推定値が得られる。ここで、条件 A の周辺確率を $P\{A\}$ とする。 $P\{A\}$ は、全製品のうち、条件 A を満たす割合により推定されるものである。条件付き確率密度関数 $f(t_1, t_2|A)$ の推定値に $P\{A\}$ の推定値を掛け合わせたものを累積することで、条件付き累積故障確率の推定値から同時累積故障確率の推定値へ変換した値が得られる。

2.3 二変量の同時寿命分布と同時累積ハザード関数

2.3.1 二変量の同時寿命分布と同時累積ハザード関数の定義

二変量の同時寿命分布に関する定義を行う。ある二つの時間尺度のある時点 (t_1, t_2) において、二変量の信頼度関数を $S(t_1, t_2)$ 、二変量の累積故障確率を $F(t_1, t_2)$ とする。

$$S(t_1, t_2) = P\{T_1 > t_1 \wedge T_2 > t_2\}$$

$$F(t_1, t_2) = P\{T_1 \leq t_1 \wedge T_2 \leq t_2\}$$

以下、 $S(t_1, t_2) > 0$ を満たす領域内で考える。 $F(t_1, t_2)$ の確率密度関数 $f(t_1, t_2)$ が存在するとき、二つの時間尺度における二変量の故障率 $\lambda(t_1, t_2)$ は、次式で定義される。

$$\lambda(t_1, t_2) = \frac{f(t_1, t_2)}{S(t_1, t_2)}$$

二つの時間尺度における二変量の同時累積ハザード関数 $\Lambda(t_1, t_2)$ は、次式で定義さ

れる。

$$\Lambda(t_1, t_2) = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \lambda(u_1, u_2) du_1 du_2 \quad (2.3)$$

使用頻度を考慮しない場合には、二変量の同時累積ハザード関数 $\Lambda(t_1, t_2)$ を推定することとなる。第3章において、式(2.3)に示した二変量の同時累積ハザード関数 $\Lambda(t_1, t_2)$ の推定に関する従来研究を示す。推定された同時累積ハザード関数からは、同時累積故障確率 $F(t_1, t_2)$ が求まる。次節にて、その変換方法を示す。

2.3.2 二変量の同時累積ハザード関数から同時累積故障確率への変換

ここで、二変量の同時累積ハザード関数と同時累積故障確率の関係を導出する。二変量の信頼度関数の定義より、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{\partial \partial \log S(u_1, u_2)}{\partial v_1 \partial v_2} du_1 du_2 &= \left[\log S(u_1, u_2) \right]_{u_1=0, u_2=0}^{u_1=t_1, u_2=t_2} \\ &= \log \left(\frac{S(0, 0) \cdot S(t_1, t_2)}{S(t_1, 0) \cdot S(0, t_2)} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

一方で、二変量の同時累積ハザード関数に関して以下の式が成り立つ。

$$\begin{aligned} &\int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{\partial \partial \log S(u_1, u_2)}{\partial v_1 \partial v_2} du_1 du_2 \\ &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \left\{ \frac{\partial \partial S(u_1, u_2) / \partial v_1 \partial v_2}{S(u_1, u_2)} - \frac{\partial S(u_1, u_2) / \partial v_1}{S(u_1, u_2)} \cdot \frac{\partial S(u_1, u_2) / \partial v_2}{S(u_1, u_2)} \right\} du_1 du_2 \\ &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \left\{ \frac{f(u_1, u_2)}{S(u_1, u_2)} - \left(- \frac{\int_{u_2}^{\infty} f(u_1, v_2) dv_2}{S(u_1, u_2)} \right) \cdot \left(- \frac{\int_{u_1}^{\infty} f(v_1, u_2) dv_1}{S(u_1, u_2)} \right) \right\} du_1 du_2 \\ &= \Lambda(t_1, t_2) - \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \left\{ \left(\frac{\int_{u_2}^{\infty} f(u_1, v_2) dv_2}{S(u_1, u_2)} \right) \cdot \left(\frac{\int_{u_1}^{\infty} f(v_1, u_2) dv_1}{S(u_1, u_2)} \right) \right\} du_1 du_2 \\ &= \Lambda^*(t_1, t_2) \quad (\text{とおく}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

の関係となるため、式(2.4)、式(2.5)より、以下の式(2.6)が成り立つ。

$$\Lambda^*(t_1, t_2) = \log \left(\frac{S(0, 0) \cdot S(t_1, t_2)}{S(t_1, 0) \cdot S(0, t_2)} \right) \quad (2.6)$$

式(2.6)を変形することで、 $S(t_1, t_2)$ を求める式(2.7)が得られる。

$$S(t_1, t_2) = \exp(\Lambda^*(t_1, t_2)) \cdot S(t_1, 0) \cdot S(0, t_2) \quad (2.7)$$

最後に、同時累積故障確率 $F(t_1, t_2)$ は、以下の式(2.8)によって求まる。

$$\begin{aligned} F(t_1, t_2) &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} f(u_1, u_2) du_1 du_2 \\ &= 1 - S(t_1, 0) - S(0, t_2) + S(t_1, t_2) \end{aligned} \quad (2.8)$$

ここで、 $S(t_1, 0) = \int_{t_1}^{\infty} \int_0^{\infty} f(u_1, u_2) du_1 du_2$ 、 $S(0, t_2) = \int_0^{\infty} \int_{t_2}^{\infty} f(u_1, u_2) du_1 du_2$ であり、それぞれ一変量における時点 t_1, t_2 での信頼度関数に対応する。

この関係式(2.8)は第5章と第6章にて提案方法と先行研究を比較する際に用いられる。

第3章

累積ハザード関数の推定に関する先行研究

3.1 Nelson-Aalen 推定量

一変量における累積ハザード関数の推定量として、Nelson-Aalen 推定量 (Nelson[12], Aalen[1]) が提案されている。Nelson-Aalen 推定量は、日本では累積ハザード法とも呼ばれ、信頼性解析に広く用いられている (市田・鈴木 [8])。

n 台のある製品に対し、ある一つの時間尺度で故障と打ち切りが観測されているとする。 i ($i = 1, \dots, n$) は製品番号である。観測時間 X_i , 寿命変量 T_i , 打ち切り変量 C_i とする。 T_i, C_i は、 i に依らずに、それぞれ独立なある分布に従う確率変数とする。

$$X_i = \min\{T_i, C_i\}$$

$$e_i = I_{\{X_i=T_i\}}$$

なお、 $I_{\{\cdot\}}$ は $\{\cdot\}$ の中を満たす場合を 1, それ以外を 0 とする関数を表す。

ここで、以下を定義する。

$$N(t) = \sum_{i=1}^n I_{\{X_i \leq t, e_i=1\}}$$

$$R(t) = \sum_{i=1}^n I_{\{X_i \geq t\}}$$

さらに、微小な時間間隔 $[t, t + dt)$ において、以下を定義する。

$$dN(t) = N((t + dt)^-) - N(t^-)$$

$dN(t)$ は $[t, t + dt)$ での $N(t)$ の変化分を表す。(註: $N(t^-) = \lim_{u \rightarrow t-0} N(u)$ とする。)

Nelson[12], Aalen[1] は, $R(t) > 0$ となる区間における $\Lambda(t)$ に対して, 以下の推定量を提案した。

$$\hat{\Lambda}(t) = \int_0^t \frac{dN(u)}{R(u)} \quad (3.1)$$

式(3.1)の詳細は, Lawless[10]を参照されたい。

本研究の第4章において, 集計表により離散化した場合における使用頻度を考慮した累積ハザード関数の推定量(式(4.6))を提案する。式(4.6)の方法は, 式(3.1)の推定量に対応するものである。

3.2 Pons[14]のよる二変量に拡張した累積ハザード関数の推定方法

Pons[14]では, 二変量に拡張した累積ハザード関数の推定量が提案されている。 n 台のある製品に対し, ある二つの時間尺度 x 軸, y 軸で故障と観測打ち切りが観測されているとする。 i を各製品を識別するための製品番号とする ($i = 1, \dots, n$)。各製品に対し, 寿命変量 (T_{1i}, T_{2i}) , 打ち切り変量 (C_{1i}, C_{2i}) とする。 (T_{1i}, T_{2i}) , (C_{1i}, C_{2i}) は, i に依らずにそれぞれ同じ分布の確率変数とする。

次に, 以下を定義する。本稿における添え字の P は, Pons[14]の提案方法を示す。

$$N(t_1, t_2) = \sum_{1 \leq i \leq n} I_{\{T_{1i} < t_1, T_{2i} < t_2, C_{1i} > T_{1i}, C_{2i} > T_{2i}\}}$$

$$R_P(t_1, t_2) = \sum_{1 \leq i \leq n} I_{\{\min\{T_{1i}, C_{1i}\} > t_1, \min\{T_{2i}, C_{2i}\} > t_2\}}$$

さらに、微小な時間間隔 $[(t_1, t_2), (t_1 + dt_1, t_2 + dt_2))$ において、以下を定義する。

$$dN(t_1, t_2) = N((t_1 + dt_1, t_2 + dt_2)^-) - N((t_1, t_2)^-)$$

ここで、 $dN(t_1, t_2)$ は $[(t_1, t_2), (t_1 + dt_1, t_2 + dt_2))$ での $N(t_1, t_2)$ の変化分を表す。(註： $N((t_1, t_2)^-) = \lim_{u_1 \rightarrow t_1 - 0} \lim_{u_2 \rightarrow t_2 - 0} N(u_1, u_2)$ とする。)

Pons[14] は、故障も打ち切りもされていない個体が一つでも残っている二つの時間尺度上の領域の中における $\Lambda(t_1, t_2)$ に対して、次の推定量を提案した。

$$\hat{\Lambda}_P(t_1, t_2) = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{dN(u_1, u_2)}{R_P(u_1, u_2)} \quad (3.2)$$

式(3.2)より、推定の際に使用頻度の情報を用いていないことがわかる。4.2節では、集計表により離散化した場合における式(3.2)にあたる推定量(式(4.8))を示す。

3.3 従来研究を受けた本研究の提案

第1章でも示したように、各時間尺度で測定される変量同士の関係として、使用頻度を考慮した解析を行う必要がある。しかし、Pons[14]における同時累積ハザード関数の推定では、使用頻度を考慮した推定を行うことができない。

それに対して本研究では、使用頻度を考慮した二変量の寿命データの解析方法を提案する。具体的には、第1章で示されるような累積使用量曲線が直線となるデータに対し、その直線の近傍のデータを用いて条件付き累積ハザード関数の推定を行うことを考える。このことを、次の第4章にて示す。提案方法により、使用頻度を考慮した推定が可能となる。

第4章

提案する累積ハザード関数の推定方法

第1章で示されるような累積使用量曲線が直線となるデータに対し、その累積使用量曲線の近傍のデータを用いて条件付き累積ハザード関数の推定を行うことを考える。これにより、使用頻度を考慮した推定が可能となる。

4.1 累積ハザード法に基づく推定方法の提案

4.1.1 集計表に基づく推定のための格子の生成

本稿では、表計算ソフトウェアなどで容易に実装できることを念頭に、2次元平面を離散化して寿命データを集計する集計表を考える。その際、累積使用量曲線の傾き(使用頻度) a_i の値に応じた層別を行う。そのために故障データおよび打ち切りデータの散布図全体の矩形領域を、対数変換後に矩形となる格子で覆う。対数の底はどのような値でもかまわない。なお本稿では特に断らない限り、対数の底を10とする。

以下で、格子を定義する。1.2節でも示したように、市場から得られるデータを、 (x_i, y_i, e_i) , $i = 1, \dots, n$, と記す。 $x_i, i = 1, \dots, n$, を覆う対数尺度での等間隔な区間

$$(V_{k-1}, V_k], k = 1, \dots, K$$

と, $y_i, i = 1, \dots, n$, を覆う対数尺度上での等間隔な区間

$$(W_{l-1}, W_l], l = 1, \dots, L$$

を得るには, 時間尺度のそれぞれの分割数 K, L , 端点 V_0, V_K および W_0, W_L を,

$$V_0 < \min_i x_i, \max_i x_i \leq V_K, W_0 < \min_i y_i, \max_i y_i \leq W_L,$$

$$\frac{1}{K} (\log V_K - \log V_0) = \frac{1}{L} (\log W_L - \log W_0)$$

を満たすように定める。すると分割点 $V_k, k = 1, \dots, K-1$, および $W_l, l = 1, \dots, L-1$, は, 自動的に

$$V_k = V_0 10^{k\{(\log V_K - \log V_0)\}/K}, k = 1, \dots, K-1$$

および, $\{(\log V_K - \log V_0)\}/K = \{(\log W_L - \log W_0)\}/L$ により,

$$W_l = W_0 10^{l\{(\log V_K - \log V_0)\}/L}, l = 1, \dots, L-1$$

で定まる。上記により得られた格子で囲まれた $K \times L$ 個の矩形領域を,

$$E_{kl} = \{(x, y) | V_{k-1} < x \leq V_k, W_{l-1} < y \leq W_l\}$$

と記す。これらにより, 観測データ全体を覆うことができる。

ここで, K と L の間には

$$\frac{L}{K} = \frac{(\log W_L - \log W_0)}{(\log V_K - \log V_0)}$$

の関係がある。

上記のような条件を満たす格子を定めるためには, 例えば $\log V_0 = \left\lfloor \log \min_i x_i \right\rfloor$, $\log W_0 = \left\lfloor \log \min_i y_i \right\rfloor$, $\log V_K = \left\lceil \log \max_i x_i \right\rceil$, $\log W_L = \left\lceil \log \max_i y_i \right\rceil$ のように先に対数

変換後の最小値と最大値を整数に丸めた値を端点にとり、間隔が等間隔になるように K と L の値を

$$\frac{1}{K} (\log V_K - \log V_0) = \frac{1}{L} (\log W_L - \log W_0) \quad (4.1)$$

を満たすように定めればよい。ここで、 $\lceil \cdot \rceil$ は整数値への切り上げ、 $\lfloor \cdot \rfloor$ は整数値への切り下げを表す。

$K = L = 5, V_0 = W_0 = 10, V_K = W_L = 100$ の場合に、式 (4.1) の値を 0.2 と定めた場合の例を図 6 に示す。

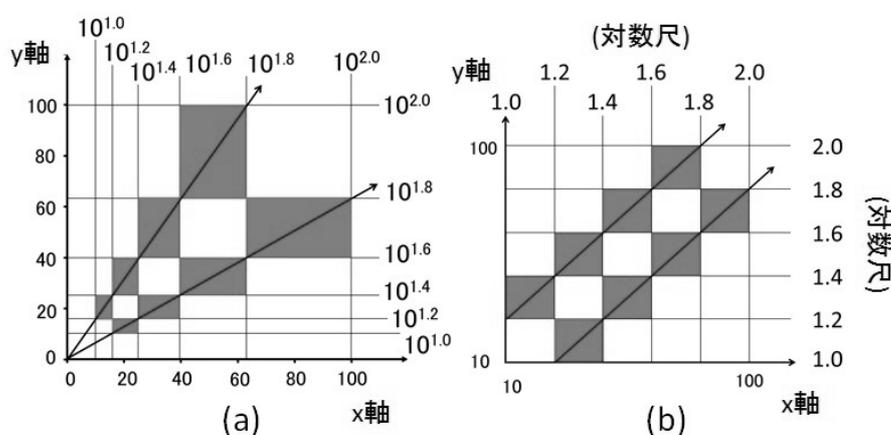


図 6: 対数尺での間隔を 0.2 とした時の (5×5) 個の領域

図 6(b) が対数変換後の格子で、元の格子は図 6(a) のようになる。図 6(a) より、斜め方向に現れる各領域の層は、使用頻度が等しい製品群の集合となることがわかる。さらに図 6(b) のように、両軸を対数変換することで使用頻度が等しい製品群の集合が切片ごとに斜めの方向に現れることがわかる。

そこで $k - l = m$ が一定となる分割を

$$A_m = \{E_{k'l'} | k' - l' = m\} \quad (4.2)$$

と集めると、 $A_m, m = 1 - L, \dots, 0, \dots, K - 1$, は元の $x - y$ 平面での傾き y_i/x_i による $K + L - 1$ 個の層への層別を与える。

4.1.2 累積ハザード関数の推定手順

暦時間と累積使用量が A_{k-l} に含まれるとの条件の下での、各矩形領域 E_{kl} における条件付き故障率の推定を考える。

累積使用量曲線が矩形領域 E_{kl} に到達してから、 A_{k-l} 内で故障もしくは打ち切りが発生した製品の集合を、 E_{kl} の“リスクセット”と呼ぶ。すなわち

$$\{E_{k'l'} | k' - l' = k - l, k' \geq k, l' \geq l\}$$

で故障もしくは打ち切りが発生した製品全体が、 E_{kl} のリスクセットとなる。この集合の要素の数（含まれる製品の数）をリスクセット数と呼び、 R_{kl}^A で表す。ここで添え字の A は、 A_{k-l} による層別を考慮していることを表す意味で用いる。

今、故障と打ち切りの件数を数える変数 d_{kl} と c_{kl} を

$$d_{kl} = \sum_{i:(x_i, y_i) \in E_{kl}} e_i, \quad c_{kl} = \sum_{i:(x_i, y_i) \in E_{kl}} (1 - e_i) \quad (4.3)$$

と定義する。 R_{kl}^A は次のように求めることができる。

$$R_{kl}^A = \sum_{j=0}^{\min\{K-k, L-l\}} (d_{k+j, l+j} + c_{k+j, l+j}) \quad (4.4)$$

さらに矩形領域 E_{kl} の面積 $(V_k - V_{k-1}) \cdot (W_l - W_{l-1})$ を δ_{kl} と記すと、この領域での条件付き故障率 \hat{h}_{kl}^A は

$$\hat{h}_{kl}^A = \frac{d_{kl}}{R_{kl}^A \delta_{kl}} \quad (4.5)$$

で推定される。これを A_{k-l} の領域で累積加算していくことで、 E_{kl} での累積ハザード関数 H_{kl}^A の推定量は

$$\hat{H}_{kl}^A = \sum_{j=-\min\{k-1, l-1\}}^0 \left(\hat{h}_{k+j, l+j}^A \delta_{k+j, l+j} \right) = \sum_{j=-\min\{k-1, l-1\}}^0 \frac{d_{k+j, l+j}}{R_{k+j, l+j}^A} \quad (4.6)$$

となる。

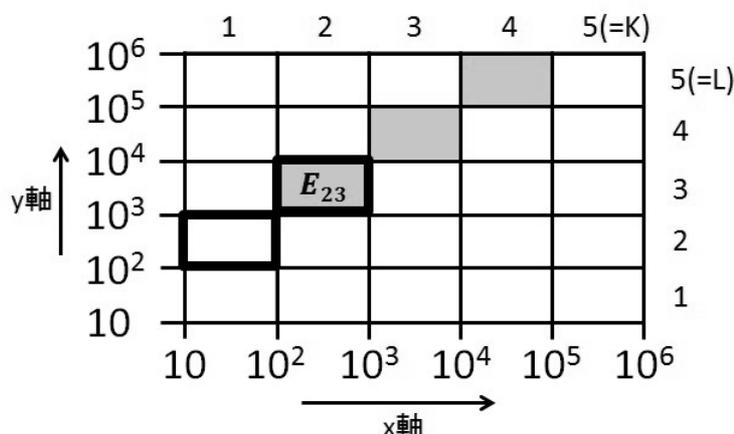


図7: 直線となる累積使用量曲線を考慮した場合における, (5×5) 個の領域の E_{23} に対する例

$\{\log V_0 = 1.0, \log V_1 = 2.0, \dots, \log V_5 = 6.0\}, \{\log W_0 = 1.0, \log W_1 = 2.0, \dots, \log W_5 = 6.0\}$ により区切られた $25 (= 5 \times 5)$ 個の領域における, E_{23} に対する例を図7に示す。

E_{23} のリスクセット数 R_{23}^A は, 図7の灰色の領域内で発生した故障数と打ち切り数の合計である。また, E_{23} の累積ハザード関数 \hat{H}_{23}^A は, 図7の太枠の領域の故障率の推定量の和により与えられる。

4.2 集計表を用いた場合の Pons[14] の同時累積ハザード関数の推定方法

ここでは比較のために, 既存の研究である Pons[14] で示されている二変量の累積ハザード関数の推定量に対して, 集計表に基づいた離散の場合での推定方法を示す。なお, こちらの方法では特に対数尺に変換し, 等間隔に領域を区切る必要はない。

この場合の領域 E_{kl} におけるリスクセット数を R_{kl}^P とする。 R_{kl}^P は, 次式で求まる。

$$R_{kl}^P = \sum_{j_1=k}^K \sum_{j_2=l}^L \left\{ d_{j_1 j_2} + c_{j_1 j_2} \right\} \quad (4.7)$$

領域 E_{kl} により構成される矩形の面積を δ_{kl} とすると、故障率の推定量 \hat{h}_{kl}^P は次のように表せる。

$$\hat{h}_{kl}^P = \frac{d_{kl}}{R_{kl}^P \delta_{kl}}$$

各領域での累積ハザード関数の推定量を \hat{H}_{kl}^P とする。 \hat{H}_{kl}^P は、次のように表される。

$$\begin{aligned} \hat{H}_{kl}^P &= \sum_{j_1=1}^k \sum_{j_2=1}^l \left\{ \hat{h}_{j_1 j_2}^P \cdot \delta_{j_1 j_2} \right\} \\ &= \sum_{j_1=1}^k \sum_{j_2=1}^l \left\{ \frac{d_{j_1 j_2}}{R_{j_1 j_2}^P} \right\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

図8で、図7と同様に区切られた (5×5) 個の領域における、 E_{23} に対する例を示す。

E_{23} のリスクセット数 R_{23}^P は、図8の灰色の領域内で発生した故障数と打ち切り数の合計である。また、 E_{23} の累積ハザード関数 \hat{H}_{23}^P は、図8の太枠の領域の故障率の推定量の和により与えられる。

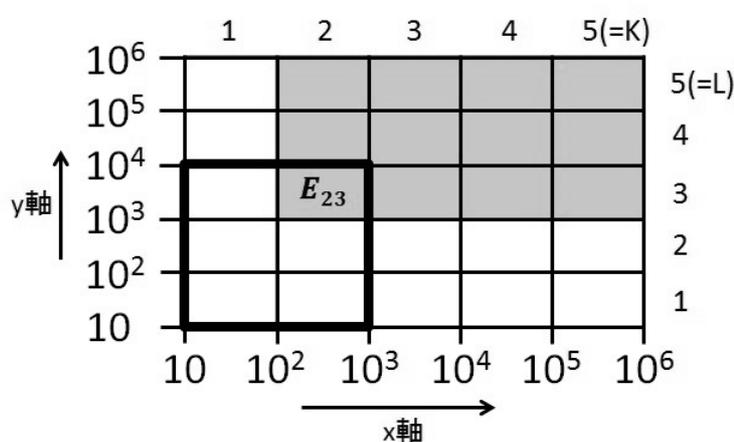


図8: 集計表に基づいた Pons[14] の二変量に拡張した累積ハザード関数の推定量の場合における、 (5×5) 個の領域の E_{23} に対する例

第5章

提案方法の実際例への適用

本章では、1.2節で示したある製品の8988台分の二変量の実故障データを扱う。実データにより、提案方法を適用することで使用頻度を考慮した解析が行えることを示す。さらに、Pons[14]による方法と比較する。

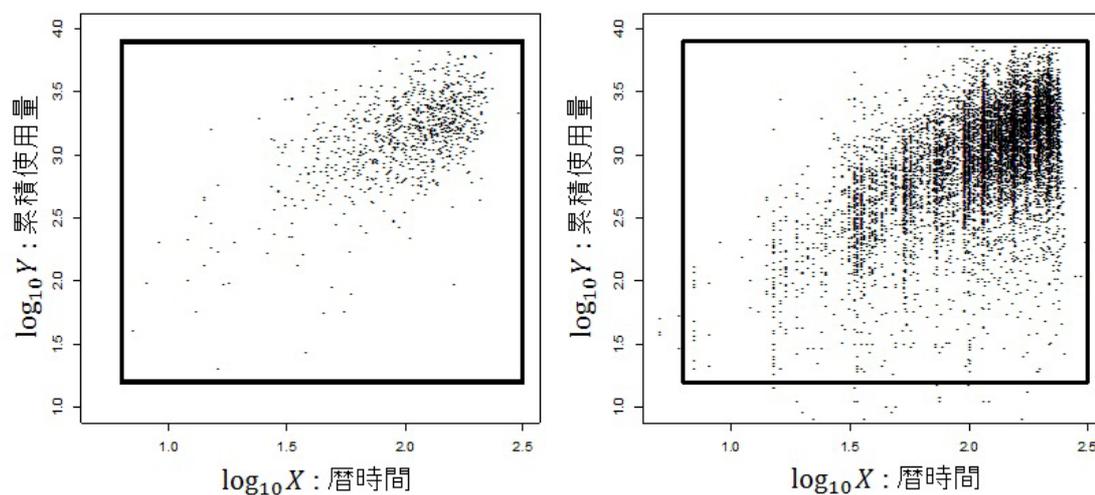
5.1 提案方法の実データへの適用

5.1.1 実データからのリスクセットの集計までの結果

(1) 領域の生成

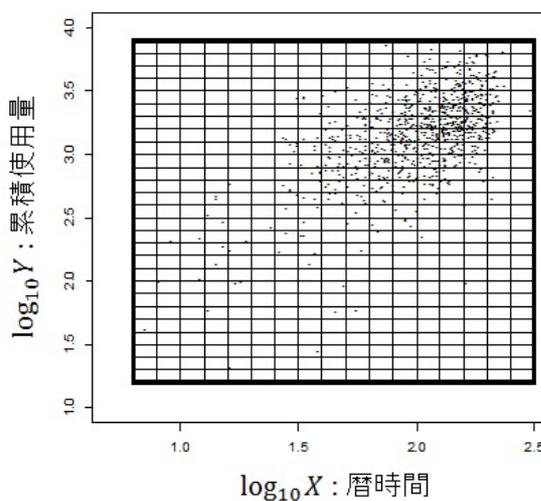
故障時間と打ち切り時間の散布図より、解析の領域を定める。 x 軸、 y 軸を常用対数尺とした際の故障時間のみ散布図が図9(a)、故障時間・打ち切り時間の両者を含めた散布図が図9(b)である。図の結果より、 x 軸を $V_0 = 10^{0.8}$, $V_K = 10^{2.6}$ とし、 y 軸を $W_0 = 10^{1.2}$, $W_L = 10^{4.0}$ とした領域で解析する。

そして、図9(c)で示すように、常用対数尺での間隔を0.1に区切られた(18×28)個の領域を用いて、提案方法により累積ハザード関数を推定する。



(a) 故障時間のみの散布図

(b) 故障時間・打ち切り時間の散布図



(c) 常用対数尺で0.1間隔に区切られた(18×28)個の領域

図9: 故障データの散布図 (常用対数尺)

(2) 故障数・打ち切り数

各領域の故障数 d_{kl} を表1（次ページ）に示す。さらに、各領域の打ち切り数 c_{kl} を表2に示す。

表 1: 対数尺で0.1刻みの各領域で観測された故障数 d_{kl} の実データ

		暦時間																	
		$10^{0.8} < \leq 10^{0.9}$	$10^{0.9} < \leq 10^{1.0}$	$10^{1.0} < \leq 10^{1.1}$	$10^{1.1} < \leq 10^{1.2}$	$10^{1.2} < \leq 10^{1.3}$	$10^{1.3} < \leq 10^{1.4}$	$10^{1.4} < \leq 10^{1.5}$	$10^{1.5} < \leq 10^{1.6}$	$10^{1.6} < \leq 10^{1.7}$	$10^{1.7} < \leq 10^{1.8}$	$10^{1.8} < \leq 10^{1.9}$	$10^{1.9} < \leq 10^{2.0}$	$10^{2.0} < \leq 10^{2.1}$	$10^{2.1} < \leq 10^{2.2}$	$10^{2.2} < \leq 10^{2.3}$	$10^{2.3} < \leq 10^{2.4}$	$10^{2.4} < \leq 10^{2.5}$	$10^{2.5} < \leq 10^{2.6}$
故障数	$10^{1.2} < \leq 10^{1.3}$																		
	$10^{1.3} < \leq 10^{1.4}$					1													
	$10^{1.4} < \leq 10^{1.5}$ (32)								1										
	$10^{1.5} < \leq 10^{1.6}$																		
	$10^{1.6} < \leq 10^{1.7}$	1																	
	$10^{1.7} < \leq 10^{1.8}$				1					1	1								
	$10^{1.8} < \leq 10^{1.9}$										1								
	$10^{1.9} < \leq 10^{2.0}$ (100)		1			2				1							1		
	$10^{2.0} < \leq 10^{2.1}$			1															
	$10^{2.1} < \leq 10^{2.2}$				1				1										
	$10^{2.2} < \leq 10^{2.3}$				1	1			1	1		1							
	$10^{2.3} < \leq 10^{2.4}$		1	1		1		1	2			1		1					
	$10^{2.4} < \leq 10^{2.5}$ (316)				1		1		1		1	1		3					
	$10^{2.5} < \leq 10^{2.6}$				1				2	2	1	2		2			1		
	$10^{2.6} < \leq 10^{2.7}$				2				2	2	3	3	2	1	3				1
	$10^{2.7} < \leq 10^{2.8}$					1			2	2	4	4	8	6	6	6	1		
	$10^{2.8} < \leq 10^{2.9}$								4	7	10	8	10	11	4	2	2	1	
	$10^{2.9} < \leq 10^{3.0}$ (1000)								1	1	5	10	14	10	16	12	5		
	$10^{3.0} < \leq 10^{3.1}$								4	2	5	7	14	20	16	16	8		
	$10^{3.1} < \leq 10^{3.2}$				1				2	2	9	8	11	22	24	38	22	5	
$10^{3.2} < \leq 10^{3.3}$						1				3	9	12	24	24	35	27	3		
$10^{3.3} < \leq 10^{3.4}$										1	1	3	8	12	23	32	22	4	1
$10^{3.4} < \leq 10^{3.5}$ (3162)								1	2	2	2	5	10	16	19	29	10		
$10^{3.5} < \leq 10^{3.6}$											1	3	1	12	14	11	3		
$10^{3.6} < \leq 10^{3.7}$												1	1	5	8	6	5		
$10^{3.7} < \leq 10^{3.8}$													1	2	3	8	1		
$10^{3.8} < \leq 10^{3.9}$												1		1	2				
$10^{3.9} < \leq 10^{4.0}$ (10000)															1	2			

表 2: 対数尺で0.1刻みの各領域で観測された打ち切り数 c_{kl} の実データ

		暦時間																	
		$10^{0.8} < \leq 10^{0.9}$	$10^{0.9} < \leq 10^{1.0}$	$10^{1.0} < \leq 10^{1.1}$	$10^{1.1} < \leq 10^{1.2}$	$10^{1.2} < \leq 10^{1.3}$	$10^{1.3} < \leq 10^{1.4}$	$10^{1.4} < \leq 10^{1.5}$	$10^{1.5} < \leq 10^{1.6}$	$10^{1.6} < \leq 10^{1.7}$	$10^{1.7} < \leq 10^{1.8}$	$10^{1.8} < \leq 10^{1.9}$	$10^{1.9} < \leq 10^{2.0}$	$10^{2.0} < \leq 10^{2.1}$	$10^{2.1} < \leq 10^{2.2}$	$10^{2.2} < \leq 10^{2.3}$	$10^{2.3} < \leq 10^{2.4}$	$10^{2.4} < \leq 10^{2.5}$	$10^{2.5} < \leq 10^{2.6}$
打ち切り数	$10^{1.2} < \leq 10^{1.3}$	1			1		1		2	1				1	1	2			
	$10^{1.3} < \leq 10^{1.4}$	2	1		4	1	1		4	2			2	2	2	2			
	$10^{1.4} < \leq 10^{1.5}$ (32)				4	1	3		4	1	2	4		4	1	1	1	1	
	$10^{1.5} < \leq 10^{1.6}$	2	1		1	1	1	1	3	2	1		2	3		2	2		
	$10^{1.6} < \leq 10^{1.7}$	1			1	4	1	2	2	1	4	1	2	2		1	2		2
	$10^{1.7} < \leq 10^{1.8}$			1	4	2	1	2	4	2	3	2	3	4	1	3	1		
	$10^{1.8} < \leq 10^{1.9}$				4	4	1	2	7		7	1	2	4	2	2	2		
	$10^{1.9} < \leq 10^{2.0}$ (100)	2			5	4	7	2	6	4	5	3	3	4	5	4	5		1
	$10^{2.0} < \leq 10^{2.1}$	2			5	9	12	1	22	4	11	3	8	10	6	3	5	2	
	$10^{2.1} < \leq 10^{2.2}$	1		1	1	7	9	7	29	5	13	4	8	13	8	10	10		
	$10^{2.2} < \leq 10^{2.3}$				9	4	11	6	36	8	14	6	11	15	12	4	17		
	$10^{2.3} < \leq 10^{2.4}$				2	5	7	10	37	22	20	15	15	22	22	11	11	1	
	$10^{2.4} < \leq 10^{2.5}$ (316)				1	5	10	12	62	18	36	20	34	34	18	19	14		
	$10^{2.5} < \leq 10^{2.6}$				1	2	3	12	38	28	44	27	45	41	35	32	24		
	$10^{2.6} < \leq 10^{2.7}$					3	3	9	61	39	52	41	51	80	79	35	41		
	$10^{2.7} < \leq 10^{2.8}$					1	1	5	34	32	61	60	65	84	78	56	58	1	
	$10^{2.8} < \leq 10^{2.9}$						1	7	37	33	55	70	81	136	118	100	80		1
	$10^{2.9} < \leq 10^{3.0}$ (1000)						1	5	11	18	40	48	95	178	156	148	86		
	$10^{3.0} < \leq 10^{3.1}$							2	9	11	40	52	85	159	206	158	123		1
	$10^{3.1} < \leq 10^{3.2}$							2	5	5	30	29	81	143	221	203	146		1
$10^{3.2} < \leq 10^{3.3}$								2	3	7	31	41	135	177	210	190	1		
$10^{3.3} < \leq 10^{3.4}$									3	3		15	39	92	132	204	180	1	
$10^{3.4} < \leq 10^{3.5}$ (3162)					1			1		2	6	19	55	74	143	136			
$10^{3.5} < \leq 10^{3.6}$								1			2	5	36	42	73	83			
$10^{3.6} < \leq 10^{3.7}$									1			3	2	18	14	30	48		
$10^{3.7} < \leq 10^{3.8}$										1			5	7	12	16	21		
$10^{3.8} < \leq 10^{3.9}$											1			3	5	3	7		
$10^{3.9} < \leq 10^{4.0}$ (10000)															1		7		

(3) リスクセット

提案方法における $\{10^{1.6} < x \leq 10^{2.3}, 10^{2.7} < y \leq 10^{3.6}\}$ の領域 (表1, 表2内の太枠部) での各領域のリスクセット数 R_{kl}^A を表3に示す。これ以降では表3のように集計表の主要な部分の表示に止めるが, 推定は表1に示されるようなすべての範囲で行っている。

表3: 提案方法におけるリスクセット数

			暦時間							
			$10^{1.6} <$	$10^{1.7} <$	$10^{1.8} <$	$10^{1.9} <$	$10^{2.0} <$	$10^{2.1} <$	$10^{2.2} <$	
			$\leq 10^{1.7}$	$\leq 10^{1.8}$	$\leq 10^{1.9}$	$\leq 10^{2.0}$	$\leq 10^{2.1}$	$\leq 10^{2.2}$	$\leq 10^{2.3}$	
						(100)				
累積使用量	$10^{2.7} <$	$\leq 10^{2.8}$		1019	1103	994	704	489	273	139
	$10^{2.8} <$	$\leq 10^{2.9}$		840	983	1038	926	633	399	189
	$10^{2.9} <$	$\leq 10^{3.0}$	(1000)	520	800	918	960	835	486	277
	$10^{3.0} <$	$\leq 10^{3.1}$		333	497	750	856	855	641	318
	$10^{3.1} <$	$\leq 10^{3.2}$		183	317	450	684	751	680	419
	$10^{3.2} <$	$\leq 10^{3.3}$		74	169	279	410	581	584	421
	$10^{3.3} <$	$\leq 10^{3.4}$		32	68	153	236	345	422	372
	$10^{3.4} <$	$\leq 10^{3.5}$	(3162)	18	28	65	130	185	230	258
	$10^{3.5} <$	$\leq 10^{3.6}$			16	24	54	101	114	137

(空白のセルはリスクセット数が0である領域を表す)

5.1.2 3次元ワイブルプロットによる解析

提案方法より，各層ごとの条件付き累積ハザード関数の推定値が算出される。1.2節で示したデータにおいて，リスクセット数が十分にある $\{10^{1.6} < x \leq 10^{2.3}, 10^{2.7} < y \leq 10^{3.6}\}$ の領域（表1，表2内の太枠部）に対し，条件付き累積ハザード関数の推定値を対数変換した値を表4に示す。表4内での色の変化では，灰色が濃くなるにつれて， $\log_{10} \hat{H}$ の値が高まることを示している。表4の色の変化から，累積使用量（縦軸）の増加に伴って故障が発生する確率が高まることを示している。

表4: 提案方法による各層での条件付き累積ハザード関数の推定値 \hat{H} の対数値（結果の一部抜粋）

		暦時間							
		$10^{1.6} <$	$10^{1.7} <$	$10^{1.8} <$	$10^{1.9} <$	$10^{2.0} <$	$10^{2.1} <$	$10^{2.2} <$	
		$\leq 10^{1.7}$	$\leq 10^{1.8}$	$\leq 10^{1.9}$	$\leq 10^{2.0}$	$\leq 10^{2.1}$	$\leq 10^{2.2}$	$\leq 10^{2.3}$	
					(100)				
累積使用量	$10^{2.7} <$	$\leq 10^{2.8}$	-2.0	-1.9	-1.9	-1.7	-1.7	-1.4	-1.6
	$10^{2.8} <$	$\leq 10^{2.9}$	-1.9	-1.7	-1.7	-1.6	-1.4	-1.5	-1.3
	$10^{2.9} <$	$\leq 10^{3.0}$ (1000)	-1.6	-1.6	-1.4	-1.5	-1.4	-1.2	-1.3
	$10^{3.0} <$	$\leq 10^{3.1}$	-1.6	-1.4	-1.4	-1.2	-1.3	-1.2	-1.1
	$10^{3.1} <$	$\leq 10^{3.2}$	-1.1	-1.3	-1.2	-1.1	-1.0	-1.0	-0.9
	$10^{3.2} <$	$\leq 10^{3.3}$	-1.0	-0.9	-1.0	-0.9	-0.9	-0.8	-0.8
	$10^{3.3} <$	$\leq 10^{3.4}$	-1.1	-0.8	-0.7	-0.8	-0.7	-0.7	-0.7
	$10^{3.4} <$	$\leq 10^{3.5}$ (3162)	-0.8	-0.8	-0.6	-0.6	-0.6	-0.6	-0.5
$10^{3.5} <$	$\leq 10^{3.6}$		-0.7	-0.6	-0.6	-0.4	-0.5	-0.5	

(空白は，リスクセット数が0であるために，累積ハザード関数の推定を行うことが出来ない部分)

さらに，表4の結果を，二変量の x 軸（対数尺）， y 軸（対数尺）と， $\log_{10} \hat{H}$ の値の3次元上にプロットする。以下，これを，3次元ワイブルプロットと呼ぶ。これは，信頼性解析によく用いられるワイブルプロットに準ずるものであり，二変量における特定のパラメトリックな分布を仮定した寿命分布の推定を行うことを目的としている

のではなく、故障の発生率や各時間尺度への故障の依存性を視覚的に捉えることを目的とする。図10に3次元ワイブルプロットの結果を示す。なお、縦軸の目盛の値は、 $\log_{10}\hat{H}$ を累積故障確率 \hat{F} に変換した値である。累積故障確率は $\hat{F} = 1 - \exp(-\hat{H})$ により計算される。

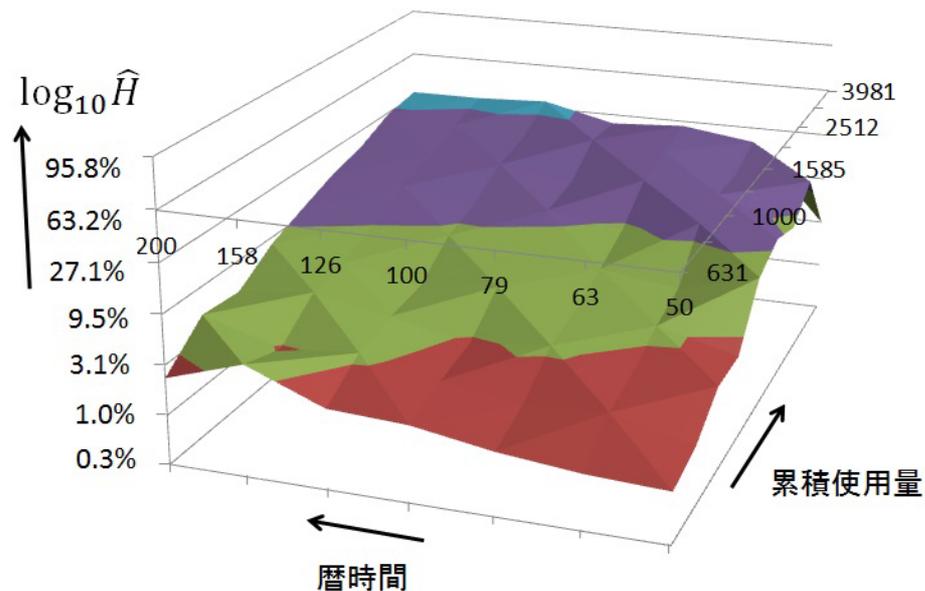


図10: 提案方法による各層での条件付き累積ハザード関数の3次元ワイブルプロット (図中の $\log_{10}\hat{H}$ の値は \hat{F} に変換した値を示す)

累積使用量の軸に沿ってプロットを眺めると、軸の値の増加にしたがって累積故障確率が増加していく様子が見える。一方、暦時間の軸に沿ってプロットを眺めると、累積故障確率の増加が軸の値の増加に伴っていないことがわかる。

このように、図10のプロットの形状から、視覚的に、累積使用量の増加に伴って故障が発生する確率が高まっていくことが確認できる。よって、各層ごとに見たときに、この製品の故障メカニズムが累積使用量依存であることがわかる。

5.1.3 提案方法による推定結果の更なる活用

三次元ワイブルプロットにより、二変量のうちどちらの変量が故障の発生に影響しているかを確認することができる。ここで、どちらの変量も影響していると判断される場合には、更に推定した累積ハザード関数を二変量の累積故障確率に変換した結果を用いて解析を行う。

各層での条件付き累積故障確率の推定

累積ハザード関数の推定値 \hat{H} から、累積故障確率の推定値 $\hat{F} = 1 - \exp(-\hat{H})$ を計算する。表5は、式(4.6)による各層での条件付き累積ハザード関数の推定値により各層での条件付き累積故障確率の推定値を求めた結果である。

表5: 提案方法による各層の条件付き累積故障確率の推定値 (結果の一部抜粋)

		暦時間												
		$10^{12} <$	$10^{13} <$	$10^{14} <$	$10^{15} <$	$10^{16} <$	$10^{17} <$	$10^{18} <$	$10^{19} <$	$10^{20} <$	$10^{21} <$	$10^{22} <$		
		$\leq 10^{13}$	$\leq 10^{14}$	$\leq 10^{15}$	$\leq 10^{16}$	$\leq 10^{17}$	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^{19}$	$\leq 10^{20}$	$\leq 10^{21}$	$\leq 10^{22}$	$\leq 10^{23}$		
累積使用年層	$10^{22} <$													
	$\leq 10^{23}$													
	$10^{23} <$													
	$\leq 10^{24}$													
	$10^{24} <$	(316)												
	$\leq 10^{25}$			(32)										
	$10^{25} <$													
	$\leq 10^{26}$													
	$10^{26} <$													
	$\leq 10^{27}$													
	$10^{27} <$													
	$\leq 10^{28}$													
	$10^{28} <$													
$\leq 10^{29}$														
$10^{29} <$	(1000)													
$\leq 10^{30}$														
$10^{30} <$														
$\leq 10^{31}$														
$10^{31} <$														
$\leq 10^{32}$														
$10^{32} <$	18													
$\leq 10^{33}$														
$10^{33} <$														
$\leq 10^{34}$														
$10^{34} <$	(3162)													
$\leq 10^{35}$														
$10^{35} <$														
$\leq 10^{36}$														

(空白は、リスクセット数が0であるために、累積ハザード関数の推定を行うことが出来ない部分)

各層での条件付き累積故障確率の推定結果の考察

表5の推定結果を用いた故障予測の観点で考察する。暦時間が $\{10^{1.2} < x \leq 10^{1.3}\}$ の区間において累積使用量が $\{10^{2.2} < y \leq 10^{2.3}\}$ となる累積使用量曲線を有するユーザをユーザAとする。一方、暦時間が $\{10^{1.2} < x \leq 10^{1.3}\}$ の区間において累積使用量が $\{10^{2.8} < y \leq 10^{2.9}\}$ となる累積使用量曲線を有するユーザをユーザBとする。ユーザAは使用頻度が低いユーザであり、ユーザBは使用頻度が高いユーザである。表5内の太枠は、各ユーザで使用頻度が変化しない場合のその後の予測結果を表している。

ユーザAとユーザBを比較すると、経過した暦時間が等しくても累積故障確率の予測結果が大きく異なる。例えば、暦時間が $\{10^{1.9} < x \leq 10^{2.0}\}$ の区間の予測値を比較すると、ユーザAの予測が2.9%であるのに対し、ユーザBでは22.2%と予測される。一方で、使用した累積使用量が等しい際には、両者でそれほど累積故障確率が変わらない。例えば、累積使用量が $\{10^{3.2} < y \leq 10^{3.3}\}$ の区間の予測値を比較すると、ユーザAの予測が15.5%であるのに対し、ユーザBでは10.5%と予測される。

このように、各層での条件付き累積故障確率により、ユーザごとに予測を行うことが可能となる。

提案方法による同時累積故障確率の推定

表5に掲げた条件付き累積故障確率の推定値は、同時累積故障確率へ変換できる。その結果を表6に示す（変換方法は、2.2節に記載している）。

表6: 提案方法による同時累積故障確率の推定値（結果の一部抜粋）

		暦時間												
		$10^{12}<$	$10^{13}<$	$10^{14}<$	$10^{15}<$	$10^{16}<$	$10^{17}<$	$10^{18}<$	$10^{19}<$	$10^{20}<$	$10^{21}<$	$10^{22}<$		
		$\leq 10^{13}$	$\leq 10^{14}$	$\leq 10^{15}$	$\leq 10^{16}$	$\leq 10^{17}$	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^{19}$	$\leq 10^{20}$	$\leq 10^{21}$	$\leq 10^{22}$	$\leq 10^{23}$		
ユーザー層別	$10^{22}<$	$\leq 10^{23}$	0.1%	0.1%	0.1%	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	
	$10^{23}<$	$\leq 10^{24}$	0.1%	0.1%	0.2%	0.2%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	
	$10^{24}<$	$\leq 10^{25}$	(316)	0.2%	0.2%	0.2%	0.3%	0.3%	0.3%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	
	$10^{25}<$	$\leq 10^{26}$	0.2%	0.2%	0.2%	0.3%	0.4%	0.4%	0.5%	0.5%	0.5%	0.5%	0.6%	
	$10^{26}<$	$\leq 10^{27}$	0.2%	0.2%	0.3%	0.4%	0.5%	0.6%	0.6%	0.7%	0.8%	0.8%	0.8%	
	$10^{27}<$	$\leq 10^{28}$	0.2%	0.2%	0.3%	0.4%	0.6%	0.7%	0.9%	1.0%	1.2%	1.3%	1.4%	
	$10^{28}<$	$\leq 10^{29}$	0.2%	0.2%	0.3%	0.5%	0.7%	1.0%	1.2%	1.5%	1.9%	2.1%	2.2%	
	$10^{29}<$	$\leq 10^{30}$	(1000)	0.2%	0.2%	0.3%	0.5%	0.8%	1.2%	1.6%	2.1%	2.6%	3.1%	3.3%
	$10^{30}<$	$\leq 10^{31}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.6%	0.9%	1.4%	2.0%	2.8%	3.6%	4.3%	4.8%	
	$10^{31}<$	$\leq 10^{32}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.6%	1.1%	1.7%	2.4%	3.5%	4.7%	6.1%	7.2%	
	$10^{32}<$	$\leq 10^{33}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.6%	1.1%	1.8%	2.8%	4.1%	5.7%	7.8%	9.7%	
	$10^{33}<$	$\leq 10^{34}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.7%	1.1%	1.9%	2.9%	4.5%	6.4%	9.2%	11.7%	
	$10^{34}<$	$\leq 10^{35}$	(3162)	0.2%	0.2%	0.4%	0.7%	1.2%	2.0%	3.1%	4.8%	7.0%	10.2%	13.6%
$10^{35}<$	$\leq 10^{36}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.7%	1.2%	2.0%	3.1%	4.8%	7.2%	10.8%	14.6%		

条件付き累積故障確率の推定結果と同時累積故障確率の推定結果との比較

各層の条件付き累積故障確率の推定値（表5）との同時累積故障確率の推定値（表6）を、ユーザBに着目して比較する。ユーザBの同時累積故障確率の推定値は、条件付きの推定結果よりも低くなっていることがわかる。これは、全データの中で、使用頻度で層別された層に含まれる割合が少ないことによる。

以上のように、本稿の提案方法を用いて推定された条件付き累積故障確率の結果（表5）に基づいてユーザ個別の使用頻度を考慮した保全計画を立てることが可能となる。一方で、同時累積故障確率の結果（表6）を用いることで、全ユーザが使用頻度で層別された各層に含まれる割合を考慮することによる、全ユーザへの全体的な保全計画を立てることも可能となる。

5.2 Pons[14]の方法に基づく解析との比較

5.2.1 Pons[14]の方法によるリスクセットの集計

比較のため、領域の区切り方は5.1節と同様とする。このため、(1)領域の生成、(2)故障数・打ち切り数は、提案方法の結果と等しくなる。

(3) リスクセット

表7は、集計表に基づいたPons[14]の方法における $\{10^{1.6} < x \leq 10^{2.3}, 10^{2.7} < y \leq 10^{3.6}\}$ の領域内の各領域のリスクセット数 R_{kl}^P を示したものである。考慮する範囲が広いと、表3に比べて各セルのリスクセット数の値が大きいことが確認できる。

表7: Pons[14]の方法におけるリスクセット数

			暦時間							
			$10^{1.6} <$	$10^{1.7} <$	$10^{1.8} <$	$10^{1.9} <$	$10^{2.0} <$	$10^{2.1} <$	$10^{2.2} <$	
			$\leq 10^{1.7}$	$\leq 10^{1.8}$	$\leq 10^{1.9}$	$\leq 10^{2.0}$	$\leq 10^{2.1}$	$\leq 10^{2.2}$	$\leq 10^{2.3}$	
						(100)				
累積使用量	$10^{2.7} <$	$\leq 10^{2.8}$		6784	6643	6352	5951	5316	4114	2689
	$10^{2.8} <$	$\leq 10^{2.9}$		6254	6149	5923	5590	5026	3914	2573
	$10^{2.9} <$	$\leq 10^{3.0}$	(1000)	5527	5462	5301	5046	4573	3608	2389
	$10^{3.0} <$	$\leq 10^{3.1}$		4686	4644	4533	4340	3972	3201	2150
	$10^{3.1} <$	$\leq 10^{3.2}$		3765	3739	3675	3548	3285	2689	1860
	$10^{3.2} <$	$\leq 10^{3.3}$		2767	2755	2729	2642	2482	2053	1483
	$10^{3.3} <$	$\leq 10^{3.4}$		1835	1829	1819	1775	1680	1410	1052
	$10^{3.4} <$	$\leq 10^{3.5}$	(3162)	1063	1061	1054	1033	989	834	640
	$10^{3.5} <$	$\leq 10^{3.6}$		535	535	532	522	507	423	322

5.2.2 Pons[14]の方法に基づく同時累積故障確率の推定結果との比較

表8（次ページ）は、Pons[14]の方法による同時累積ハザード関数の推定値から、同時累積故障確率を求めた結果である（変換方法は、2.3.2節に記載している）。表9に再掲した提案方法による同時累積故障確率の推定値と比較すると、両方法に基づく結果には違いがあることがわかる。

そこで次章にて、シミュレーションによる両方法に基づく同時累積故障確率の推定結果の相違についての検証を行う。

表 8: Pons[14] の方法に基づく同時累積故障確率の推定値 (結果の一部抜粋)

		暦時間												
		$10^{12}<$	$10^{13}<$	$10^{14}<$	$10^{15}<$	$10^{16}<$	$10^{17}<$	$10^{18}<$	$10^{19}<$	$10^{20}<$	$10^{21}<$	$10^{22}<$		
		$\leq 10^{13}$	$\leq 10^{14}$	$\leq 10^{15}$	$\leq 10^{16}$	$\leq 10^{17}$	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^{19}$	$\leq 10^{20}$	$\leq 10^{21}$	$\leq 10^{22}$	$\leq 10^{23}$		
累積使用量	$10^{22}<$	$\leq 10^{23}$	0.1%	0.1%	(32)	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	(100)	0.2%	0.2%	0.3%
	$10^{23}<$	$\leq 10^{24}$	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.4%
	$10^{24}<$	$\leq 10^{25}$	(316)	0.2%	0.2%	0.2%	0.3%	0.3%	0.3%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.5%
	$10^{25}<$	$\leq 10^{26}$	0.2%	0.2%	0.2%	0.3%	0.4%	0.5%	0.5%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%
	$10^{26}<$	$\leq 10^{27}$	0.2%	0.2%	0.3%	0.4%	0.5%	0.6%	0.7%	0.8%	0.8%	0.8%	0.8%	0.9%
	$10^{27}<$	$\leq 10^{28}$	0.2%	0.2%	0.3%	0.5%	0.6%	0.8%	1.0%	1.2%	1.4%	1.5%	1.6%	1.6%
	$10^{28}<$	$\leq 10^{29}$	0.2%	0.2%	0.3%	0.6%	0.8%	1.1%	1.5%	1.8%	2.2%	2.5%	2.6%	2.6%
	$10^{29}<$	$\leq 10^{30}$	(1000)	0.2%	0.2%	0.4%	0.6%	0.9%	1.4%	2.0%	2.6%	3.3%	3.9%	4.2%
	$10^{30}<$	$\leq 10^{31}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.7%	1.2%	1.8%	2.7%	3.7%	4.8%	5.8%	6.5%	6.5%
	$10^{31}<$	$\leq 10^{32}$	0.2%	0.3%	0.5%	0.8%	1.5%	2.4%	3.6%	5.1%	6.9%	9.2%	11.0%	11.0%
	$10^{32}<$	$\leq 10^{33}$	0.2%	0.3%	0.6%	0.9%	1.7%	2.9%	4.4%	6.8%	9.5%	13.2%	16.4%	16.4%
	$10^{33}<$	$\leq 10^{34}$	0.2%	0.3%	0.6%	0.9%	1.8%	3.1%	5.1%	8.1%	11.9%	17.4%	22.1%	22.1%
	$10^{34}<$	$\leq 10^{35}$	(3162)	0.2%	0.3%	0.6%	1.2%	2.2%	3.8%	6.2%	10.0%	15.1%	22.2%	29.9%
	$10^{35}<$	$\leq 10^{36}$	0.2%	0.3%	0.6%	1.2%	2.2%	3.9%	6.9%	10.9%	17.9%	27.2%	36.6%	36.6%

表 9: [再掲] 提案方法による同時累積故障確率の推定値 (結果の一部抜粋)

		暦時間												
		$10^{12}<$	$10^{13}<$	$10^{14}<$	$10^{15}<$	$10^{16}<$	$10^{17}<$	$10^{18}<$	$10^{19}<$	$10^{20}<$	$10^{21}<$	$10^{22}<$		
		$\leq 10^{13}$	$\leq 10^{14}$	$\leq 10^{15}$	$\leq 10^{16}$	$\leq 10^{17}$	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^{19}$	$\leq 10^{20}$	$\leq 10^{21}$	$\leq 10^{22}$	$\leq 10^{23}$		
累積使用量	$10^{22}<$	$\leq 10^{23}$	0.1%	0.1%	(32)	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%	(100)	0.2%	0.2%	0.2%
	$10^{23}<$	$\leq 10^{24}$	0.1%	0.1%	0.2%	0.2%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%	0.3%
	$10^{24}<$	$\leq 10^{25}$	(316)	0.2%	0.2%	0.2%	0.3%	0.3%	0.3%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%
	$10^{25}<$	$\leq 10^{26}$	0.2%	0.2%	0.2%	0.3%	0.4%	0.4%	0.5%	0.5%	0.5%	0.5%	0.5%	0.6%
	$10^{26}<$	$\leq 10^{27}$	0.2%	0.2%	0.3%	0.4%	0.5%	0.6%	0.6%	0.7%	0.8%	0.8%	0.8%	0.8%
	$10^{27}<$	$\leq 10^{28}$	0.2%	0.2%	0.3%	0.4%	0.6%	0.7%	0.9%	1.0%	1.2%	1.3%	1.4%	1.4%
	$10^{28}<$	$\leq 10^{29}$	0.2%	0.2%	0.3%	0.5%	0.7%	1.0%	1.2%	1.5%	1.9%	2.1%	2.2%	2.2%
	$10^{29}<$	$\leq 10^{30}$	(1000)	0.2%	0.2%	0.3%	0.5%	0.8%	1.2%	1.6%	2.1%	2.6%	3.1%	3.3%
	$10^{30}<$	$\leq 10^{31}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.6%	0.9%	1.4%	2.0%	2.8%	3.6%	4.3%	4.8%	4.8%
	$10^{31}<$	$\leq 10^{32}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.6%	1.1%	1.7%	2.4%	3.5%	4.7%	6.1%	7.2%	7.2%
	$10^{32}<$	$\leq 10^{33}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.6%	1.1%	1.8%	2.8%	4.1%	5.7%	7.8%	9.7%	9.7%
	$10^{33}<$	$\leq 10^{34}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.7%	1.1%	1.9%	2.9%	4.5%	6.4%	9.2%	11.7%	11.7%
	$10^{34}<$	$\leq 10^{35}$	(3162)	0.2%	0.2%	0.4%	0.7%	1.2%	2.0%	3.1%	4.8%	7.0%	10.2%	13.6%
	$10^{35}<$	$\leq 10^{36}$	0.2%	0.2%	0.4%	0.7%	1.2%	2.0%	3.1%	4.8%	7.2%	10.8%	14.6%	14.6%

第6章

提案方法による同時累積故障確率の推定の検証

前章において、提案方法と Pons[14] の方法に基づく場合とでは、同時累積故障確率の推定結果が大きく異なることを確認した。本章では、シミュレーションにより発生させた累積使用量曲線を有する打ち切りを含んだ故障データを用いて、その結果の違いについて検証し、その考察を記す。

6.1 変量効果モデルにより発生させた累積使用量曲線を有する故障データ

時点ごとに傾き（使用頻度）の変化を持つ累積使用量曲線を表すモデルとして、本章では変量効果モデルを用いる。添え字の i が製品番号を表す。添え字 j , ($j = 1, \dots, J_i - 1$), が、各製品の故障時点と打ち切り時点までに使用頻度が変化する時点を表すとする。そして時点 ($j = J_i$) を、各製品の故障時点と打ち切り時点とする。 Δx_{ij} を時点 $j-1$ から時点 j までの暦時間とし、 Δy_{ij} を時点 $j-1$ から時点 j までの実使用量とする。即ち、各製品の故障時点・打ち切り時点 (x_i, y_i) は、 $x_i = \sum_{j=1}^{J_i} \Delta x_{ij}$, $y_i = \sum_{j=1}^{J_i} \Delta y_{ij}$ となる。

ここで式 (6.1) に変量効果モデルを示す。 η_i を群間変動とし、製品間での使用頻度のバラつきを表すものとする。 ε_{ij} を群内変動とし、製品内での各時点ごとの使用頻

度のバラつきを表すものとする。

$$\Delta y_{ij} = \eta_i \cdot \Delta x_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (6.1)$$

上記の変量効果モデルに基づき、群間変動 η_i のみを取り入れて累積使用量曲線を発生させた例を図 11 に示す。 η_i は、対数正規分布（対数変換後の平均が 1.0, 標準偏差が 0.5）に従うとする。また故障発生は、故障時点の累積使用量がワイブル分布（形状パラメータが 4, 尺度パラメータが 100）に従うとする。

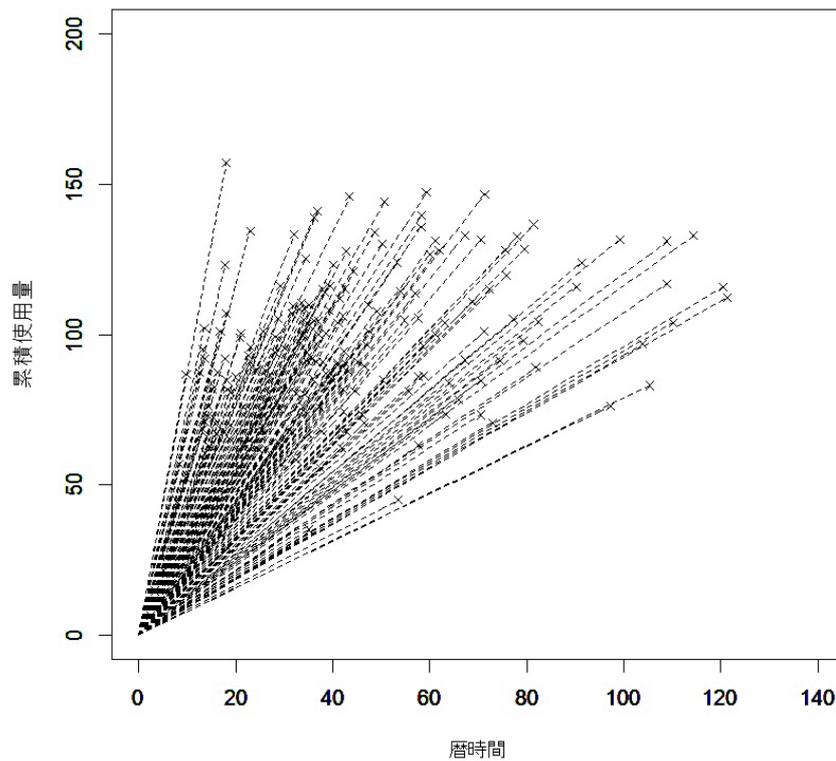


図 11: 群間変動 η_i が対数正規分布（対数変換後の平均が 1.0, 標準偏差が 0.5）となる累積使用量曲線（×：故障, 点線：累積使用量曲線, 200 台分）

さらに図12は、図11に示されるようなデータに対して、群内変動 ε_{ij} を取り入れた場合の累積使用量曲線を示したものである。 ε_{ij} により、第1章で示した図4のデータのように、各時点の使用頻度にバラつきを持つことが確認できる。図12における ε_{ij} は、正規分布（平均が0、標準偏差が0.5）に従う。また、 $\Delta x_{ij} = 5$ としている。

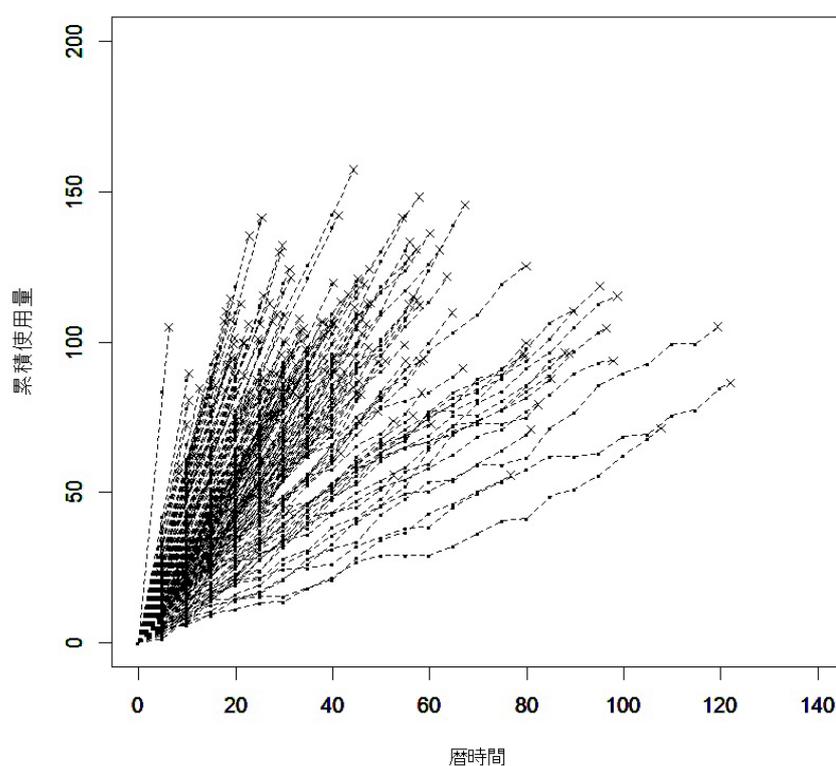


図12: 群内変動 ε_{ij} が正規分布（平均が0、標準偏差が0.5）となる累積使用量曲線
（×：故障，・： Δx_{ij} ごとの時点，点線：累積使用量曲線，200台分）

図13は、図11に示されるようなデータに対して、正規分布（平均が0，標準偏差が2.5）に従う群内変動 ε_{ij} を取り入れた場合の累積使用量曲線を示したものである。図12よりも、各時点における使用頻度のバラつきが大きいことが確認できる。なお、傾き（使用頻度）は負になることはないため、使用頻度の値が負となる区間の傾きは0としている。

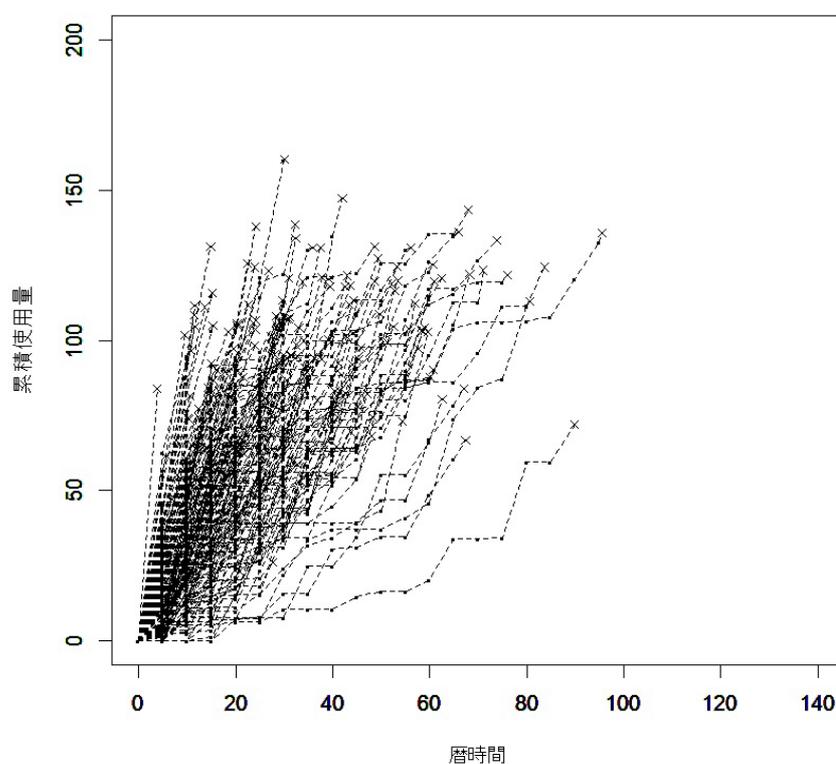


図13: 群内変動 ε_{ij} が正規分布（平均が0，標準偏差が2.5）となる累積使用量曲線
（×：故障，・： Δx_{ij} ごとの時点，点線：累積使用量曲線，200台分）

6.2 打ち切りを含んだ故障データによる検証

前節で示した累積使用量曲線を有する故障データに対し、累積使用量がワイブル分布（形状パラメータが4, 尺度パラメータが70）に従うような打ち切り時点を各製品ごとに発生させる。各製品で故障が先に発生すれば故障が観測され、打ち切りが先に発生すれば打ち切りが観測されるとする。

6.2.1 同時累積故障確率の経験分布関数との比較

上記で示した打ち切りを含んだ故障データのシミュレーションデータに対し、提案方法と Pons[14] の方法のそれぞれで同時累積故障確率 $F(t_1, t_2) = P\{T_1 \leq t_1 \wedge T_2 \leq t_2\}$ を推定する。両推定結果に対し、推定に用いた打ち切りデータが故障時点まで観測されているとしたシミュレーションデータを用いた経験分布関数による推定結果と比較することで検証する。同時累積故障確率の経験分布関数は、次式で表され、

$$\tilde{F} = \frac{\sum_{i=1}^n I_{\{T_{1i} \leq t_1 \wedge T_{2i} \leq t_2\}}}{\sum_{i=1}^n I_{\{T_{1i} \geq 0 \wedge T_{2i} \geq 0\}}} = \frac{\sum_{i=1}^n I_{\{T_{1i} \leq t_1 \wedge T_{2i} \leq t_2\}}}{n} \quad (6.2)$$

一致推定量としての性質を持つ。以下では、このようにして求めた推定値を、経験分布による推定値と記す。

6.2.2 ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となる図 12 のデータの場合の結果

図 12 に示されるような郡内変動 ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となる設定に対し、打ち切りを含んだ故障データ (10000 台分) を生成し、同時累積故障確率を推定する。打ち切りデータが観測される割合は、平均して 80.5% となった。データの生成から推定までを、50 回繰り返した際の平均値が表 10, 表 11 (次ページ) である。さらに、上記のデータに対し、10000 台が打ち切られることなく故障時点まで観測されているもとの同じデータを用いて同時累積故障確率の経験分布関数を推定した結果が表 12 である。

さらに、各推定値の平均とバラつきを、箱ひげ図により確認する。箱ひげ図とは、中央の太線が中央値を表し、箱の上下が 25% 点, 75% 点を表し、箱を挟む上下の線が外れ値を除く最小値, 最大値を表すものである。図 14 は、表 10 中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲における、各暦時間の累積故障確率の推定値 (50 回分) の箱ひげ図を示したものである。箱ひげ図の様子から、提案方法に基づく推定値は、経験分布の推定値より全体的に低めの値となる様子がわかる。これは推定に用いるデータに打ち切りデータを多く含んでいる影響である。一方、Pons[14] の方法に基づく推定値は、バラつきが大きく、暦時間が進むにつれて経験分布の推定値から大きく外れた推定結果となる様子がわかる。

表 10: ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた提案方法に基づく推定値の平均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータあり, 結果の一部抜粋)

			暦時間							
			$10^{1.50} <$	$10^{1.60} <$	$10^{1.55} <$	$10^{1.65} <$	$10^{1.70} <$	$10^{1.75} <$	$10^{1.80} <$	
			$\leq 10^{1.55}$	$\leq 10^{1.60}$	$\leq 10^{1.65}$	$\leq 10^{1.70}$	$\leq 10^{1.75}$	$\leq 10^{1.80}$	$\leq 10^{1.85}$	
			≤ 35	≤ 40	≤ 45	≤ 50	≤ 56	≤ 63	≤ 71	
累積使用量	$10^{1.70} <$	$\leq 10^{1.75}$	≤ 56	8.3%	8.5%	8.7%	8.8%	8.9%	8.9%	8.9%
	$10^{1.75} <$	$\leq 10^{1.80}$	≤ 63	12.1%	12.5%	12.9%	13.1%	13.2%	13.3%	13.4%
	$10^{1.80} <$	$\leq 10^{1.85}$	≤ 71	16.8%	17.6%	18.2%	18.7%	19.0%	19.2%	19.4%
	$10^{1.85} <$	$\leq 10^{1.90}$	≤ 79	22.1%	23.6%	24.7%	25.6%	26.3%	26.7%	26.9%
	$10^{1.90} <$	$\leq 10^{1.95}$	≤ 89	27.7%	29.9%	31.7%	33.2%	34.3%	35.1%	35.6%
	$10^{1.95} <$	$\leq 10^{2.00}$	≤ 100	32.6%	35.6%	38.3%	40.6%	42.2%	43.5%	44.4%

表 11: ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた Pons[14] の方法に基づく推定値の平均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータあり, 結果の一部抜粋)

			暦時間							
			$10^{1.50} <$	$10^{1.60} <$	$10^{1.55} <$	$10^{1.65} <$	$10^{1.70} <$	$10^{1.75} <$	$10^{1.80} <$	
			$\leq 10^{1.55}$	$\leq 10^{1.60}$	$\leq 10^{1.65}$	$\leq 10^{1.70}$	$\leq 10^{1.75}$	$\leq 10^{1.80}$	$\leq 10^{1.85}$	
			≤ 35	≤ 40	≤ 45	≤ 50	≤ 56	≤ 63	≤ 71	
累積使用量	$10^{1.70} <$	$\leq 10^{1.75}$	≤ 56	10.4%	11.0%	11.4%	11.8%	12.1%	12.2%	12.3%
	$10^{1.75} <$	$\leq 10^{1.80}$	≤ 63	15.3%	16.4%	17.5%	18.3%	19.0%	19.4%	19.7%
	$10^{1.80} <$	$\leq 10^{1.85}$	≤ 71	21.4%	23.4%	25.3%	27.1%	28.5%	29.7%	30.5%
	$10^{1.85} <$	$\leq 10^{1.90}$	≤ 79	28.0%	31.4%	34.7%	38.0%	40.8%	43.3%	45.4%
	$10^{1.90} <$	$\leq 10^{1.95}$	≤ 89	34.3%	39.2%	44.4%	49.8%	54.8%	59.7%	64.5%
	$10^{1.95} <$	$\leq 10^{2.00}$	≤ 100	39.1%	45.7%	52.9%	60.8%	68.7%	76.9%	84.9%

表 12: ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた経験分布による推定値の平均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータなし, 結果の一部抜粋)

			暦時間							
			$10^{1.50} <$	$10^{1.60} <$	$10^{1.55} <$	$10^{1.65} <$	$10^{1.70} <$	$10^{1.75} <$	$10^{1.80} <$	
			$\leq 10^{1.55}$	$\leq 10^{1.60}$	$\leq 10^{1.65}$	$\leq 10^{1.70}$	$\leq 10^{1.75}$	$\leq 10^{1.80}$	$\leq 10^{1.85}$	
			≤ 35	≤ 40	≤ 45	≤ 50	≤ 56	≤ 63	≤ 71	
累積使用量	$10^{1.70} <$	$\leq 10^{1.75}$	≤ 56	8.8%	9.0%	9.2%	9.3%	9.4%	9.4%	9.5%
	$10^{1.75} <$	$\leq 10^{1.80}$	≤ 63	13.1%	13.6%	14.0%	14.2%	14.4%	14.5%	14.6%
	$10^{1.80} <$	$\leq 10^{1.85}$	≤ 71	18.9%	19.9%	20.7%	21.2%	21.6%	21.9%	22.0%
	$10^{1.85} <$	$\leq 10^{1.90}$	≤ 79	26.2%	28.0%	29.4%	30.6%	31.4%	31.9%	32.3%
	$10^{1.90} <$	$\leq 10^{1.95}$	≤ 89	34.7%	37.7%	40.2%	42.2%	43.8%	44.8%	45.6%
	$10^{1.95} <$	$\leq 10^{2.00}$	≤ 100	43.1%	47.6%	51.5%	54.8%	57.4%	59.3%	60.7%

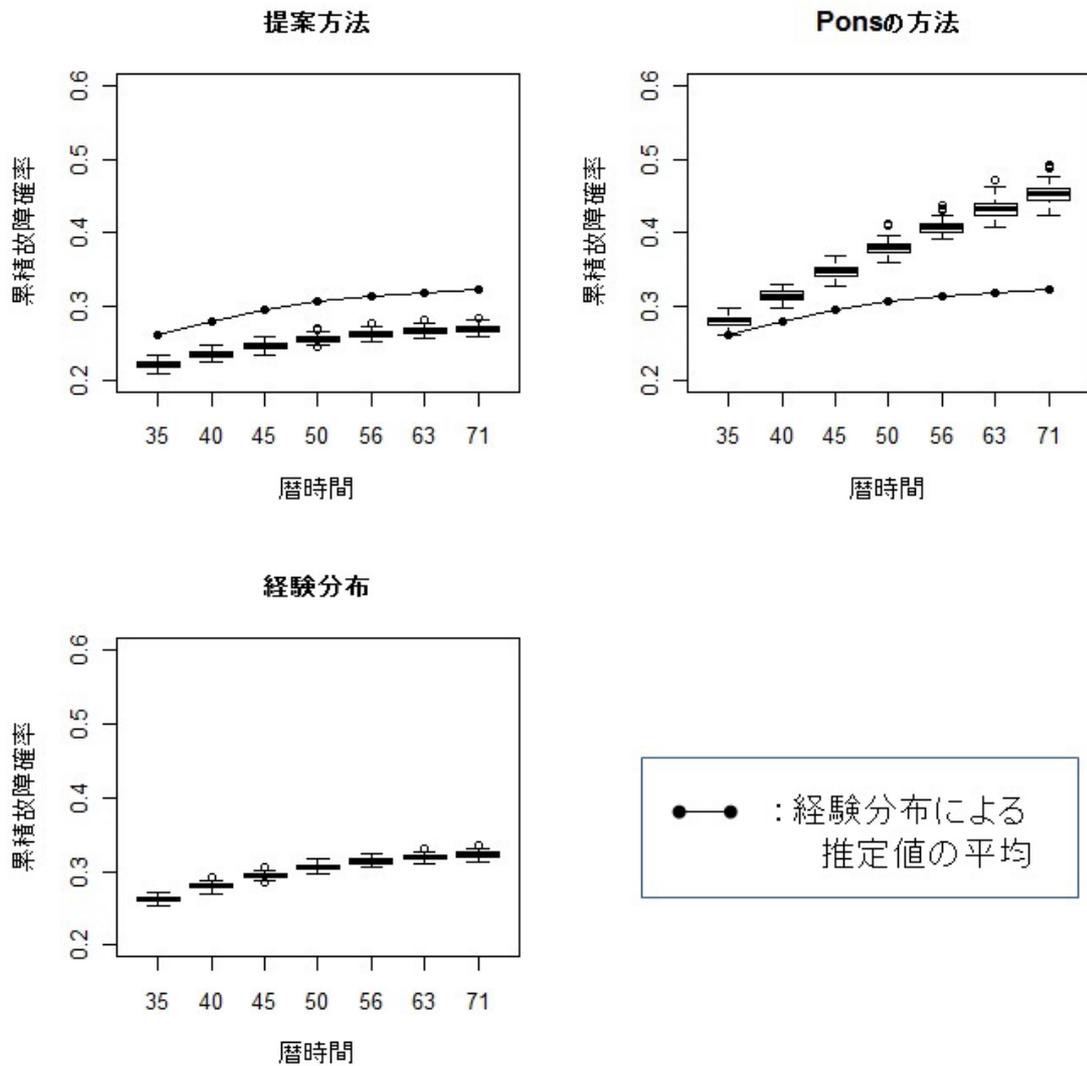


図 14: ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた各推定値 (50 回分) の箱ひげ図 (表 10 中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲を抜粋)

6.2.3 ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となる図 13 のデータの場合の結果

次に、図 13 に示されるような郡内変動 ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となる設定で発生させた打ち切りを含んだ故障データ（10000 台分）に対しての検証の結果を示す。図 15（次ページ）は、図 14 と同じ範囲における箱ひげ図を作成したものである。箱ひげ図の様子から、 ε_{ij} の標準偏差が 0.5（図 12）の場合と同様の傾向があることがわかる。

MSE による比較

ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータに対する検証において、推定結果を経験分布による推定値の平均との MSE(mean squared error) で評価する。集計表の k 行、 l 列における、同時累積故障確率の推定値を \hat{F}_{kl} とし、経験分布による推定値の平均を \tilde{F}_{kl} とする。推定を 50 回繰り返した際の、集計表の k 行、 l 列の範囲における推定値の MSE を MSE_{kl} とすると、次式で計算される。

$$MSE_{kl} = \sum_{r=1}^{50} \frac{(\hat{F}_{kl} - \tilde{F}_{kl})^2}{50}$$

さらに、各範囲の MSE_{kl} に、故障データが集計表の各範囲の現れる確率（10000 台のデータの故障時点が各範囲に現れる割合）による重み付き平均をとった値で比較する。

上記の方法で計算された提案方法に基づく推定値の MSE_{kl} の重み付き平均値は、0.0257 となった。一方、Pons[14] の方法に基づく推定値の MSE_{kl} の重み付き平均値は、0.0301 ととなり、提案方法の方が経験分布に近い推定量であることがわかる。なお、実際に計算する上で必要となる、故障時点が集計表の各範囲に現れる数、及び各範囲の MSE_{kl} の値を付録 B に記載する。以上より、提案方法の方が打ち切りされていないデータを用いた経験分布に近い推定量であることがわかる。

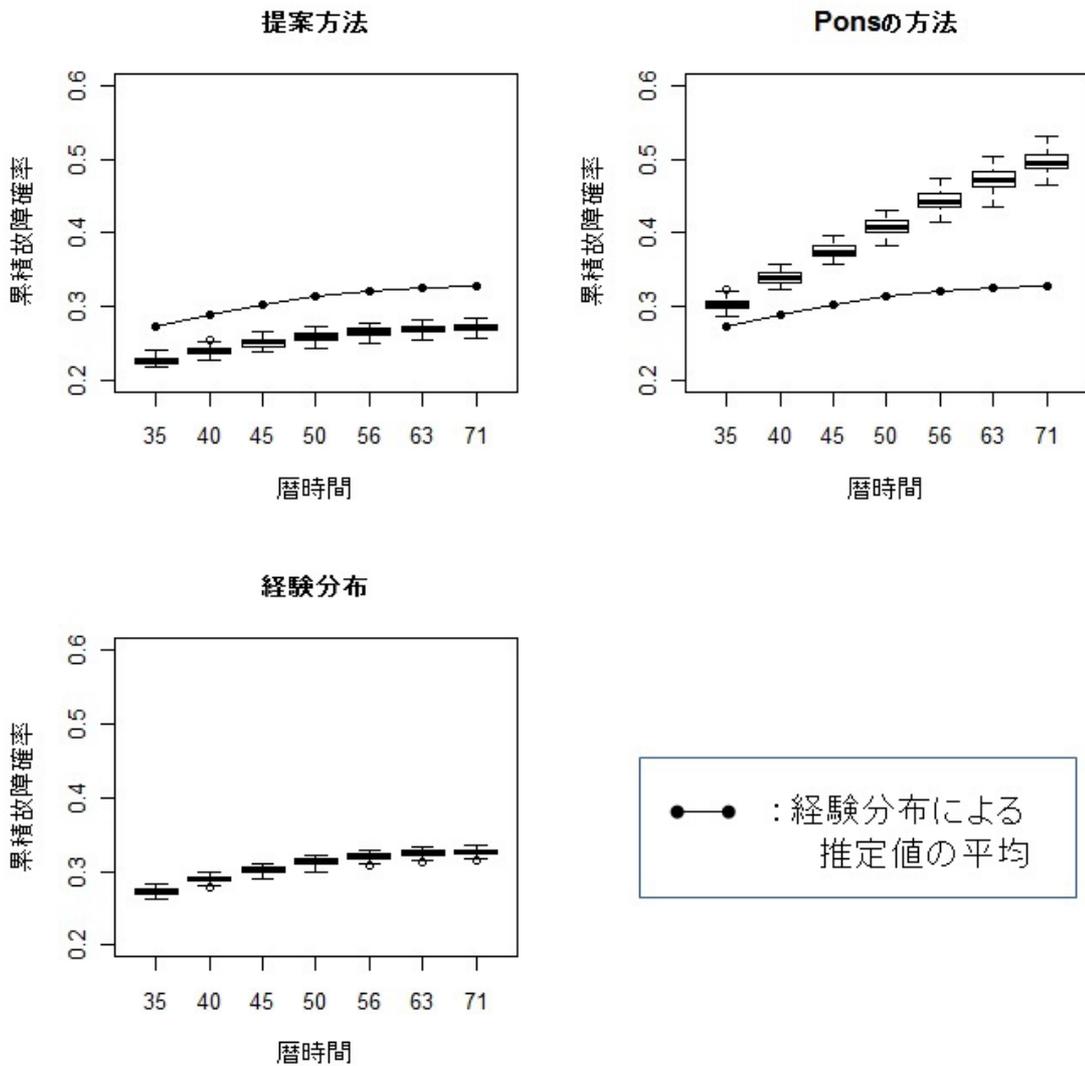


図 15: ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータを用いた各推定値 (50 回分) の箱ひげ図 (表 10 中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲を抜粋)

6.2.4 累積使用量曲線を直線とならない場合の検証

図16は、直線とならない場合の累積使用量曲線を示したものである。図16において、 η_i は対数正規分布（対数変換後の平均が0.2、標準偏差が0.5）に従うとしている。さらに ε_{ij} は、正規分布（平均が0.5、標準偏差が0.5）が時点 j が進むごとに累積されるとする。また、 $\Delta x_{ij} = 5$ としている。

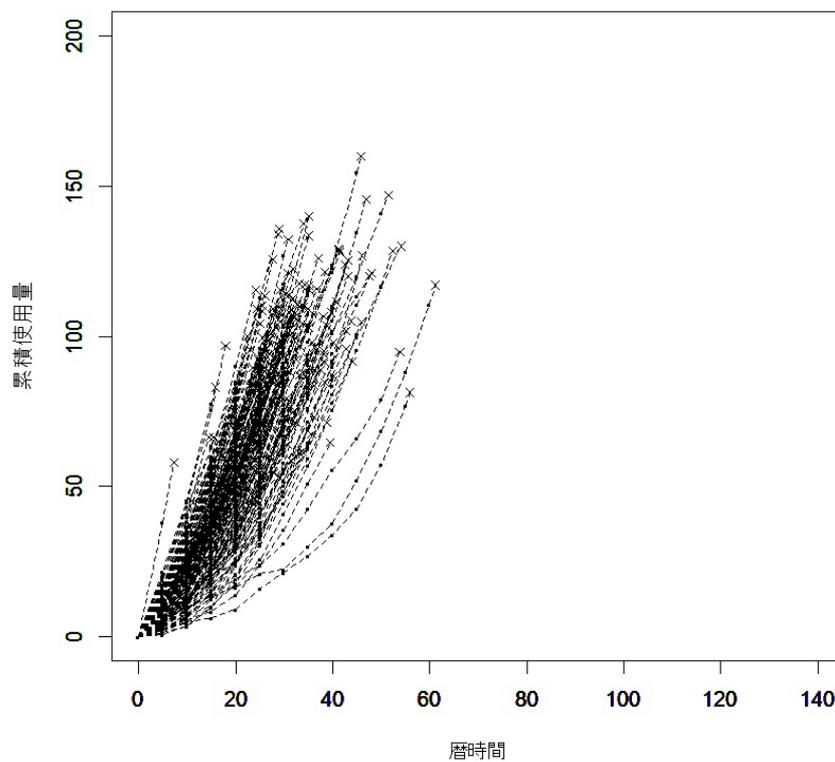


図16: 直線とならない場合の累積使用量曲線

(\times : 故障, \cdot : Δx_{ij} ごとの時点, 点線 : 累積使用量曲線, 200 台分,
 η_i : 対数正規分布（対数尺での平均が0.2, 標準偏差が0.5）に従う,
 ε_{ij} : 正規分布（平均が0.5, 標準偏差が0.5）を時点ごとに累積）

図16に示した累積使用量曲線を有する故障データに対し、累積使用量がワイブル分布（形状パラメータが4, 尺度パラメータが70）に従うような打ち切り時点を各製品ごとに発生させる。そして、打ち切りを含んだ故障データの生成から推定までを50回繰り返した。打ち切りされていないデータを用いた経験分布と比較した提案方法に基づく推定値の MSE_{kl} の重み付き平均値は、0.0365 となり、Pons[14]の方法に基づく推定値の MSE_{kl} の重み付き平均値は0.0154 となった。以上より、累積使用量曲線が直線とならない場合には、直線性を仮定して推定を行う提案方法では推定精度が悪いことが確認できる。

6.2.5 データ数を増やし、集計表を細かくした場合の検証

表10で示した検証のデータは、製品台数を10000台とした。ここでは製品台数を25000台とし、前節までの集計表と同じ範囲を5×5倍に細かくした集計表を用いる。

表10と同じデータ（図12に示した累積使用量曲線を持つ打ち切りを含んだデータ）に対して推定を50回行った結果の平均が表13（次ページ）であり、打ち切りされていないデータを用いた経験分布での結果の平均が表14である。比較のため製品台数を10000台で推定した表10の結果を、表15に再掲する。なお、表13、表14は、比較対象となる表15に対応する範囲の結果を表示させている。

さらに図17に、表13中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲における、推定値の平均を比較した結果を示す。図17の結果より、データ数を増やし、集計表を細かく（ある範囲に対応する分割の数を多く）することで、経験分布の結果（表14）に近づいている様子がわかる。

表 13: ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた提案方法に基づく推定値の平均 ($n = 25000$, 繰り返し数 50, 集計表を 5×5 倍, 打ち切りデータあり, 結果の一部抜粋)

			暦時間							
			$10^{1.50} <$	$10^{1.60} <$	$10^{1.55} <$	$10^{1.65} <$	$10^{1.70} <$	$10^{1.75} <$	$10^{1.80} <$	
			$\leq 10^{1.55}$	$\leq 10^{1.60}$	$\leq 10^{1.65}$	$\leq 10^{1.70}$	$\leq 10^{1.75}$	$\leq 10^{1.80}$	$\leq 10^{1.85}$	
			≤ 35	≤ 40	≤ 45	≤ 50	≤ 56	≤ 63	≤ 71	
累積使用量	$10^{1.70} <$	$\leq 10^{1.75}$	≤ 56	9.6%	9.8%	10.0%	10.1%	10.2%	10.2%	10.2%
	$10^{1.75} <$	$\leq 10^{1.80}$	≤ 63	14.1%	14.6%	15.0%	15.3%	15.4%	15.5%	15.6%
	$10^{1.80} <$	$\leq 10^{1.85}$	≤ 71	20.1%	21.1%	21.9%	22.4%	22.8%	23.0%	23.2%
	$10^{1.85} <$	$\leq 10^{1.90}$	≤ 79	27.6%	29.3%	30.7%	31.8%	32.5%	33.0%	33.3%
	$10^{1.90} <$	$\leq 10^{1.95}$	≤ 89	35.6%	38.5%	40.8%	42.7%	44.1%	45.1%	45.8%
	$10^{1.95} <$	$\leq 10^{2.00}$	≤ 100	42.0%	46.0%	49.5%	52.4%	54.5%	56.1%	57.1%

表 14: ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた経験分布による推定値の平均 ($n = 25000$, 繰り返し数 50, 集計表を 5×5 倍, 打ち切りデータなし, 結果の一部抜粋)

			暦時間							
			$10^{1.50} <$	$10^{1.60} <$	$10^{1.55} <$	$10^{1.65} <$	$10^{1.70} <$	$10^{1.75} <$	$10^{1.80} <$	
			$\leq 10^{1.55}$	$\leq 10^{1.60}$	$\leq 10^{1.65}$	$\leq 10^{1.70}$	$\leq 10^{1.75}$	$\leq 10^{1.80}$	$\leq 10^{1.85}$	
			≤ 35	≤ 40	≤ 45	≤ 50	≤ 56	≤ 63	≤ 71	
累積使用量	$10^{1.70} <$	$\leq 10^{1.75}$	≤ 56	9.7%	10.0%	10.1%	10.3%	10.3%	10.4%	10.4%
	$10^{1.75} <$	$\leq 10^{1.80}$	≤ 63	14.4%	14.9%	15.3%	15.6%	15.7%	15.9%	15.9%
	$10^{1.80} <$	$\leq 10^{1.85}$	≤ 71	20.8%	21.8%	22.6%	23.1%	23.5%	23.8%	23.9%
	$10^{1.85} <$	$\leq 10^{1.90}$	≤ 79	28.8%	30.6%	32.1%	33.2%	34.0%	34.6%	34.9%
	$10^{1.90} <$	$\leq 10^{1.95}$	≤ 89	37.8%	40.9%	43.5%	45.5%	47.0%	48.1%	48.8%
	$10^{1.95} <$	$\leq 10^{2.00}$	≤ 100	46.7%	51.3%	55.3%	58.5%	61.0%	62.9%	64.3%

表 15: [再掲] ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータを用いた提案方法に基づく推定値の平均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータあり, 結果の一部抜粋)

			暦時間							
			$10^{1.50} <$	$10^{1.60} <$	$10^{1.55} <$	$10^{1.65} <$	$10^{1.70} <$	$10^{1.75} <$	$10^{1.80} <$	
			$\leq 10^{1.55}$	$\leq 10^{1.60}$	$\leq 10^{1.65}$	$\leq 10^{1.70}$	$\leq 10^{1.75}$	$\leq 10^{1.80}$	$\leq 10^{1.85}$	
			≤ 35	≤ 40	≤ 45	≤ 50	≤ 56	≤ 63	≤ 71	
累積使用量	$10^{1.70} <$	$\leq 10^{1.75}$	≤ 56	8.3%	8.5%	8.7%	8.8%	8.9%	8.9%	8.9%
	$10^{1.75} <$	$\leq 10^{1.80}$	≤ 63	12.1%	12.5%	12.9%	13.1%	13.2%	13.3%	13.4%
	$10^{1.80} <$	$\leq 10^{1.85}$	≤ 71	16.8%	17.6%	18.2%	18.7%	19.0%	19.2%	19.4%
	$10^{1.85} <$	$\leq 10^{1.90}$	≤ 79	22.1%	23.6%	24.7%	25.6%	26.3%	26.7%	26.9%
	$10^{1.90} <$	$\leq 10^{1.95}$	≤ 89	27.7%	29.9%	31.7%	33.2%	34.3%	35.1%	35.6%
	$10^{1.95} <$	$\leq 10^{2.00}$	≤ 100	32.6%	35.6%	38.3%	40.6%	42.2%	43.5%	44.4%

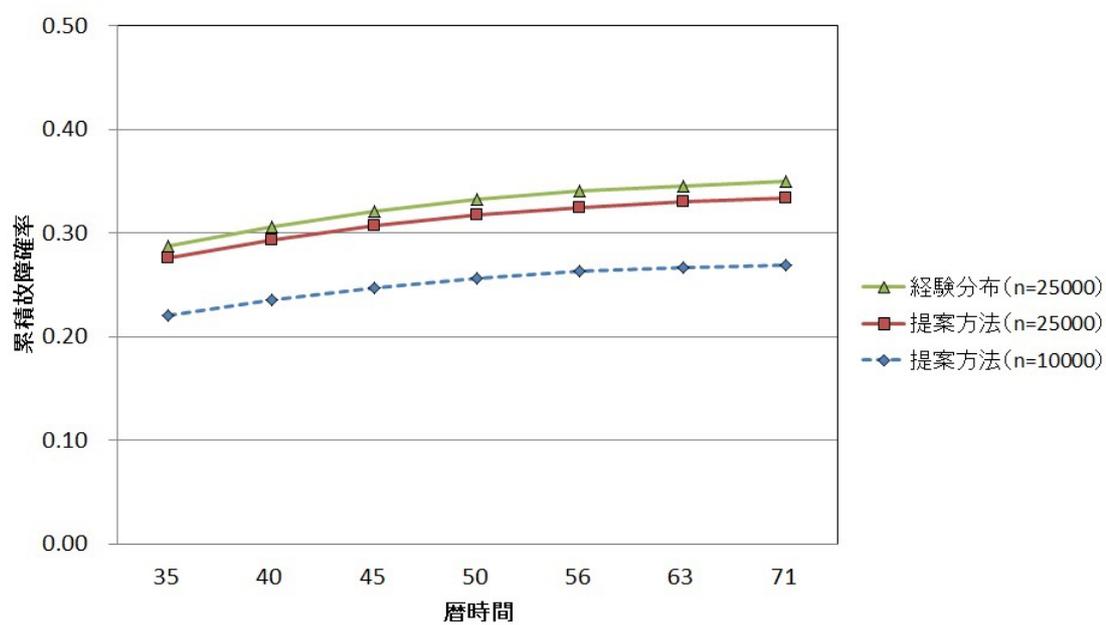


図 17: ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータに対するデータ数と集計表の細かさによる推定精度の検証 (表 13 中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲における推定値の平均)

さらに、Pons[14]の方法に基づく推定値と比較した結果を図18(次ページ)に示す。Pons[14]の方法に基づく推定では、推定精度が悪いことがわかる。また、打ち切りされていないデータを用いた経験分布と比較した提案方法に基づく推定値の MSE_{kl} の重み付き平均値は、0.0082となり、Pons[14]の方法に基づく推定値の MSE_{kl} の重み付き平均値は0.2393となった。

これらの結果より、Pons[14]の方法に基づく推定では、集計表を細かくすることで精度が悪くなることがわかる。

6.3 Ponsの方法との比較の考察

測定の打ち切りを含んだ故障データにより、提案方法に基づく推定とPons[14]の方法に基づく推定で、同時累積故障確率の推定値を比較した。提案方法の推定値は、打ち切りデータの影響により経験分布に比べて全体的に低い結果となり、一方のPons[14]の方法に基づく推定は経験分布の推定値よりも値が高めとなりやすく、バラつきの大きい推定量であることが分かった。

累積使用量曲線を考慮していないPons[14]の方法に基づく推定でも、存在している累積使用量曲線が比較的多い範囲の推定では、提案方法や経験分布に近い推定値が得られているようである。しかし、図18に示されるように、推定する範囲に存在しているデータが少なくなるにつれて、推定する範囲から累積使用量曲線が外れたデータも考慮してしまうために、バラつきの大きな推定結果となると考えられる。

一方の提案方法は、累積使用量曲線を考慮した推定であるため、推定値のバラつきが小さく、データ数を増やして集計表の間隔を細かくすることにより、経験分布に近い精度の良い推定を行うことができる。よって、累積使用量曲線が直線と仮定しうる二変量のデータに対しては、提案方法による解析の方が適していることがわかる。

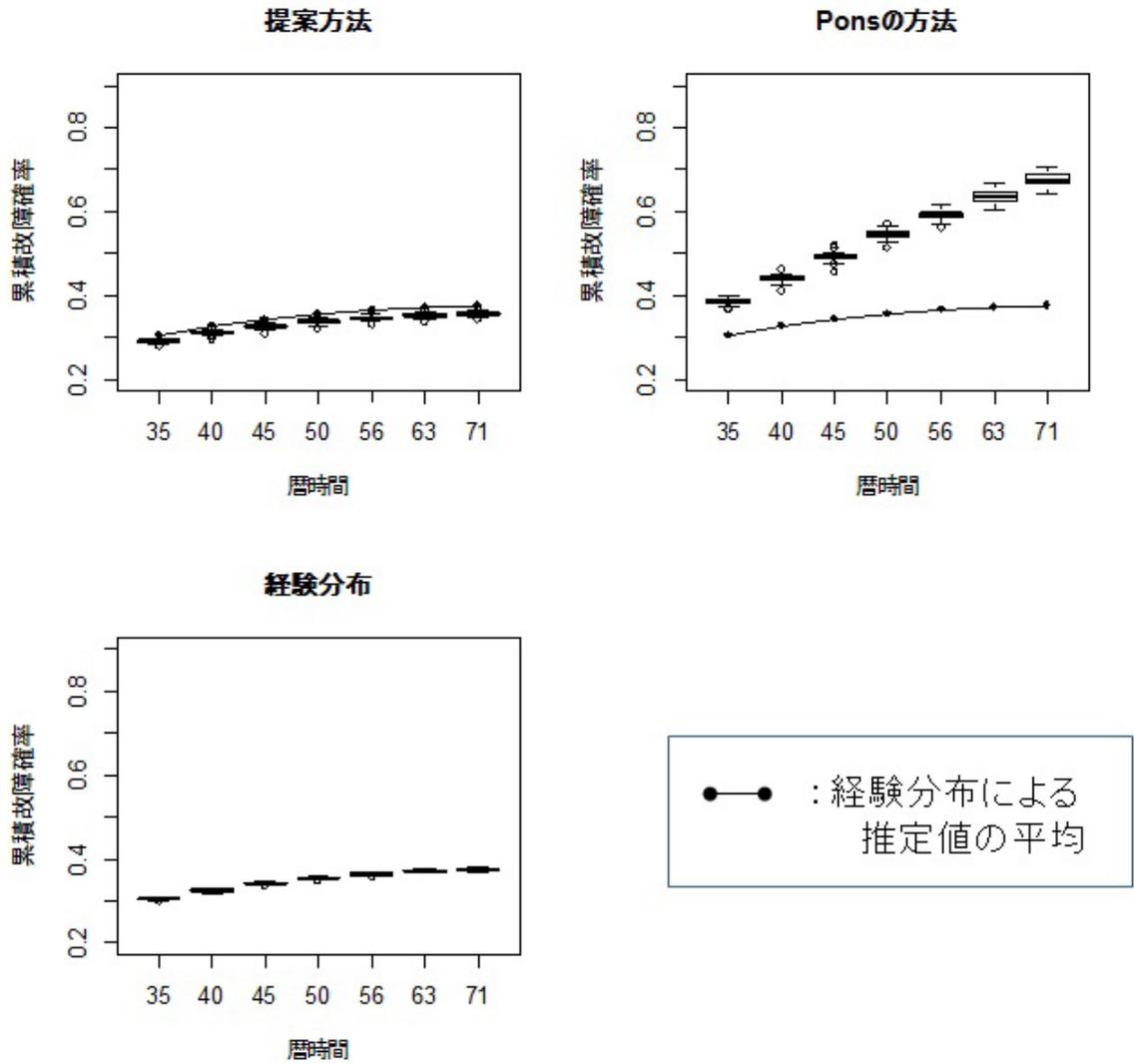


図 18: ε_{ij} の標準偏差が 0.5 となるデータに対する
 データ数と集計表の細かさによる推定精度の検証
 (表 13 中の累積使用量が $\{10^{1.85} < x \leq 10^{1.90}\}$ の範囲を抜粋)

第7章

共変量の影響の大きさの検討に関する研究

7.1 オンライン状態監視により取得される共変量

故障時間 T の分布を推定する際に、 T が従う分布の型を仮定し、パラメトリックに寿命分布を記述することがある。近年はオンラインで共変量が観測されるようになりつつあるため、このような解析に対して共変量を活用することが求められる。共変量の情報を取り入れることは、より正確な寿命分布を得るために必要となる。例えばトラックのエンジンの故障を考える。エンジンでは、故障時点に達するまでの走行距離が時間尺度に用いられることが多い。しかし、走行途中の積載量や坂道の勾配などの影響により、同じ走行距離を走っていてもエンジンにかかる負荷が異なるため、走行距離の情報のみでは十分とは限らない。

7.2 本章における共変量を取り入れた解析の目的

本稿の前章までの内容は、累積使用量と暦時間の二変量のデータに対して、使用頻度に着目した寿命分布の推定に取り組んでいる。その際の使用頻度は、ユーザごとに大きな変化がないものとして扱っている。それに対して本章の内容は、例えば累積使用量と暦時間の二変量を扱う場合を考えれば、故障に至るまでに各時点の使用頻度が細かく観測される場合を扱う。

さらに前章までの内容は、二つの時間尺度で観測される変量のうち、より寿命に影響する変量の検討が目的の一つであった。本章では、逐次的に観測される共変量を活用して、着目した故障の寿命分布を記述することを考える。そこから、寿命に対する共変量の影響の大きさの検討を目的とする。

7.3 共変量の影響の大きさの推定に関する本章の主張

7.3.1 共変量を取り入れた寿命分布の推定に関する従来研究

共変量は時間尺度のように扱うことができないため、なにかしらの形でモデルに組み込むことが求められる。Hong and Meeker[5][6]は、Nelson[13]にて示されているモデルを基にして、式(7.1)に示されるモデルを用いたオンラインで観測される共変量の活用を提案した。時点 t (連続量とする)で取得される共変量を $\mathbf{z}(t)$ とする。式(7.1)は、故障時間 T を、共変量の情報を取り入れた量 $T^*(\boldsymbol{\beta})$ に変換することを表している。なお、取得される共変量の値は連続量でも離散値でもよい。

$$T^*(\boldsymbol{\beta}) = \int_0^T \exp[\boldsymbol{\beta}\mathbf{z}(s)]ds \quad (7.1)$$

ここで、

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_Q(t) \end{bmatrix} : \text{時点 } t \text{ で取得される共変量 (} Q : \text{ 共変量の種類)}$$

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \beta_2 \cdots \beta_Q] : \text{共変量の影響を表すパラメータ}$$

とする。式(7.1)のモデルは、Meeker and Escobar[11]において、proportional quantities(PQ)モデル、あるいはscale accelerated failure-time(SAFT)モデルと呼ばれている。

ここで、 β の真値を β^* とする。Hong and Meeker[5][6] は、この $T^*(\beta^*)$ があらかじめ定めた分布の型（ワイブル分布など）に従うものとし、その分布パラメータおよび β の最尤推定を示した。

7.3.2 本章における主張

本章は、 $T^*(\beta^*)$ の寿命分布が実際はワイブル分布に従っている場合において、その分布の型を対数正規分布と仮定しても、共変量の影響の大きさ β が近似的に推定可能であることを主張する。これにより、対数正規分布とワイブル分布の間において、 $T^*(\beta^*)$ の分布の型の仮定に依らずにオンラインで観測される共変量を取り入れたモデルの構築が可能となり、オンラインで観測される共変量を用いた製品個別の寿命予測への活用につながる。

$T^*(\beta^*)$ の寿命分布に従う分布の型が既知の場合には、Hong and Meeker[5][6] により、共変量の影響の大きさ β も、 $T^*(\beta)$ の分布のパラメータも最尤推定することができる。しかし、 $T^*(\beta^*)$ の従う分布の型が未知の場合には、Hong and Meeker[5][6] の提案方法に従えば、寿命分布に従う分布の型の候補をいくつか挙げて、それぞれで分布パラメータを推定する式を立てた後に、各候補で推定値 $\hat{\beta}$ を得る。そして、各候補で、 $T^*(\hat{\beta})$ の分布のあてはまりを一つ一つ検討する必要がある。

一方、本章の主張によれば、 $T^*(\beta^*)$ の寿命分布の型がワイブル分布であっても、対数正規分布であっても、 $T^*(\beta)$ の寿命分布に従う分布の型がどちらであるのかを特定し得ない場合でも共変量の影響の大きさ β を推定することができる。本章では上記の内容に関する近似関係を解析的に示し、近似の有効性をシミュレーションにより確認し、サンプル数やパラメータの影響を検討する。

7.4 尤度関数による解析的な考察

以下，対数正規分布の対数変換後の平均を μ ，標準偏差を σ と表記する。 $T^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ に対数正規分布を仮定した際の尤度関数は，式(7.2)となる。

$$L_{LN}(\boldsymbol{\beta}, \mu, \sigma) = \prod_{i=1}^n \left\{ \exp[\boldsymbol{\beta} \mathbf{z}(t_{i,B_i}^o)] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma T_i^*(\boldsymbol{\beta})}} \cdot \exp\left[-\frac{(\ln T_i^*(\boldsymbol{\beta}) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \right\} \quad (7.2)$$

さらに，式(7.2)の対数尤度関数を $\boldsymbol{\beta}$ で微分したスコア関数は以下の形となる。 $T^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ に対数正規分布を仮定した際の最尤推定法では，このスコア関数が0となる値を $\boldsymbol{\beta}$ の推定値としている。

$$g_{\ln}(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{z}(t_{i,B_i}^o)) - \sum_{i=1}^n \frac{T_i^{*'}(\boldsymbol{\beta})}{T_i^*(\boldsymbol{\beta})} - \frac{1}{\hat{\sigma}} \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\frac{\log(T_i^*(\boldsymbol{\beta})) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \times \frac{T_i^{*'}(\boldsymbol{\beta})}{T_i^*(\boldsymbol{\beta})} \right\} \quad (7.3)$$

一方， $T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ がワイブル分布(log-location-scale)に従う場合の対数尤度関数は式(7.4)となる。

$$\begin{aligned} \log L_{wei}(\boldsymbol{\beta}) &= \sum_{i=1}^n (\boldsymbol{\beta} \mathbf{z}(t_{i,B_i}^o)) - \sum_{i=1}^n \log(\hat{\sigma}) - \sum_{i=1}^n \log T_i^*(\boldsymbol{\beta}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\log(T_i^*(\boldsymbol{\beta})) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} - \exp\left(\frac{\log(T_i^*(\boldsymbol{\beta})) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) \right\} \end{aligned} \quad (7.4)$$

さらに，そのスコア関数 $g_{wei}(\boldsymbol{\beta})$ は，式(7.5)となる。

$$g_{wei}(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{z}(t_{i,B_i}^o)) - \sum_{i=1}^n \frac{T_i^{*'}(\boldsymbol{\beta})}{T_i^*(\boldsymbol{\beta})} - \frac{1}{\hat{\sigma}} \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\exp\left(\frac{\log(T_i^*(\boldsymbol{\beta})) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) - 1 \right) \times \frac{T_i^{*'}(\boldsymbol{\beta})}{T_i^*(\boldsymbol{\beta})} \right\} \quad (7.5)$$

$T^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ にワイブル分布を仮定した際の最尤推定法では，このスコア関数が0となる値を $\boldsymbol{\beta}$ の推定値としている。

ここで、 $\exp\left(\frac{\log(T_i^*(\boldsymbol{\beta})) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) = \exp(x)$ とし、 $x = 0$ の周りでテイラー (Taylor) 展開により一次近似する。 $\exp(x) = \exp(0) + \exp(0) \cdot x = 1 + x$ より、式 (7.6) のように近似される。

$$\begin{aligned} g_{wei}(\boldsymbol{\beta}) &\approx \sum_{i=1}^n (\mathbf{z}(t_{i,B_i}^o)) - \sum_{i=1}^n \frac{T_i^{*'}(\boldsymbol{\beta})}{T_i^*(\boldsymbol{\beta})} - \frac{1}{\hat{\sigma}} \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\frac{\log(T_i^*(\boldsymbol{\beta})) - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \times \frac{T_i^{*'}(\boldsymbol{\beta})}{T_i^*(\boldsymbol{\beta})} \right\} \\ &= g_{\ln}(\boldsymbol{\beta}) \end{aligned} \quad (7.6)$$

以上のスコア関数の関係が、実際は $T^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ がワイブル分布に従っている場合でも、対数正規分布を仮定した最尤推定法により $\boldsymbol{\beta}$ の推定を近似的に行えることにつながっていると考えられる。

7.5 シミュレーションによる確認

7.5.1 本章で扱う共変量

本章では、図19に示されるように、離散間隔とする時点 t_j^o , ($j = 1, \dots, J$), で共変量が観測される場合を扱う。このとき、各観測時点 t_j^o の間で、共変量の値が一定であるとする。このような状況は、トラックの積載量の情報の取得などが考えられる。

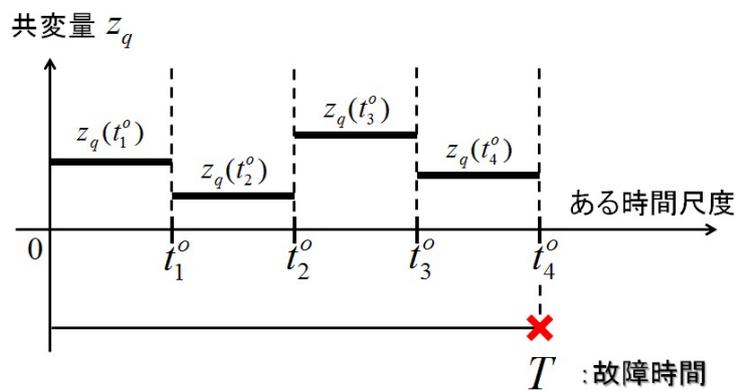


図19: 離散間隔で観測される共変量 z_q ($J = 4$)

主な、記号の定義を示す。

- T : 故障時間
- t_j^o : 共変量の取得時点 ($j = 1, \dots, J$)
- J : 故障に至るまでの共変量の取得時点の数
- q : 取得される共変量の種類 ($q = 1, \dots, Q$)
- $z_q(t_j^o)$: 時点 t_j^o に取得される共変量 z_q の値

このとき、故障発生時点の共変量の値も観測されたとする。つまり、 $T = t_j^o$ の関係とする。

図20に、図19に示されるような共変量を基に、 T からの $T^*(\boldsymbol{\beta})$ への変換を行うイメージを示す。

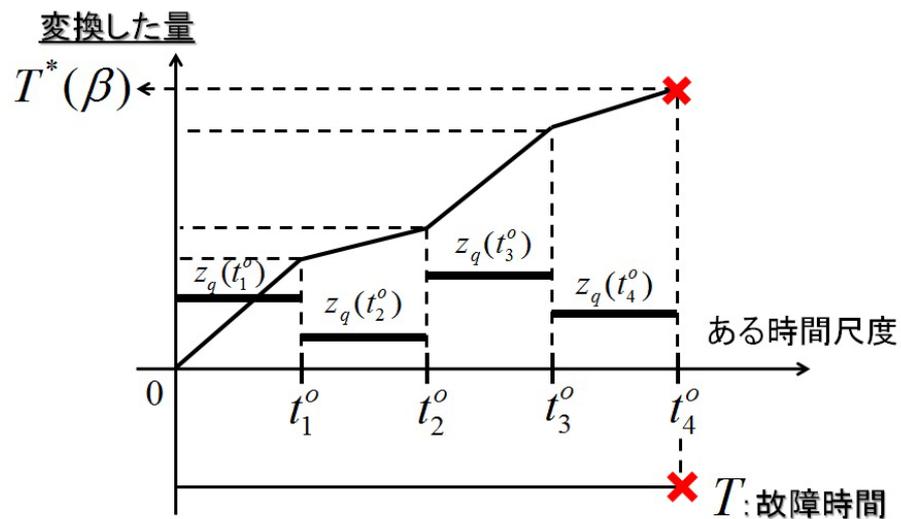


図20: $T^*(\boldsymbol{\beta})$ への変換

ここで、各製品の番号を、 $i = 1, \dots, n$, とし、各製品ごとの故障時間を T_i とする。さらに、各製品ごとに共変量 $\mathbf{z}(t_{ij}^o)$ が取得時点 t_{ij}^o , ($j = 1, \dots, J_i$) で観測されるとする。最後に、 $T_i^*(\boldsymbol{\beta})$ を、各製品ごとに変換された量とする。

7.5.2 シミュレーションの方法

$T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ を対数正規分布と仮定した最尤推定法により、パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ を推定する。推定に必要なデータは、各取得時点の共変量 $\mathbf{z}(t_{ij}^o)$, 故障時間 T_i である。まずは、シミュレーション用のデータの生成について記す。

変換した量 $T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ の設定

変換した量 $T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ を，ワイブル分布に従わせて発生させる。

共変量 $\mathbf{z}(t_{ij}^o)$ の設定

図19のように，離散値であり，取得時点間で一定となる共変量 $\mathbf{z}(t_{ij}^o)$ を発生させる。本シミュレーションでは，二つの共変量 z_1, z_2 を扱うこととする。各製品 i の，各取得時点 t_{ij}^o での共変量の値 $z_1(t_{ij}^o), z_2(t_{ij}^o)$ を，それぞれ独立に，平均 1.0，標準偏差 0.1 の正規分布に従わせて発生させる。また，共変量の影響の大きさを表すパラメータの真値 β_1^*, β_2^* は，ともに 1.0 と定める。

故障時間 T_i の設定

上記で定めた $T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ と $\mathbf{z}(t_{ij}^o)$ から，故障時間 T_i の値を求める。共変量の取得時間の間隔は，次のように定める。

$$t_{i1}^o = (t_{i2}^o - t_{i1}^o) = \cdots = (t_{i, J_i-1}^o - t_{i, J_i-2}^o) = 1 \quad (: \text{取得時間の間隔は一定})$$

$$(t_{i, J_i}^o - t_{i, J_i-1}^o) < 1 \quad (: \text{最後の取得時間の間隔のみ 1 未満となる})$$

それにより，

$$T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*) = \sum_{j=1}^{J_i-1} \exp[\beta_1^* \cdot z_1(t_{ij}^o) + \beta_2^* \cdot z_2(t_{ij}^o)] \\ + \exp[\beta_1^* \cdot z_1(t_{i, J_i}^o) + \beta_2^* \cdot z_2(t_{i, J_i}^o)] \cdot (t_{i, J_i}^o - t_{i, J_i-1}^o)$$

となるため， $t_{i, J_i}^o = T_i$ により各製品の故障時間 T_i が求まる。

変動係数最小化による推定との比較

Kordonsky and Gertsbakh[9] では、最適な時間尺度を変動係数を最小化とする時間尺度としている。この方法は、分布の型によらない方法である。本稿では、この変動係数最小化による推定との比較を行う。

$$\text{変動係数} : c.v.(T_i^*(\boldsymbol{\beta})) = \frac{\sqrt{T_i^*(\boldsymbol{\beta}) \text{ の分散}}}{T_i^*(\boldsymbol{\beta}) \text{ の平均}} \quad (7.7)$$

7.5.3 シミュレーションの結果

対数正規分布に従わせた $T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ による最尤推定の確認

まず、 $T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ に対数正規分布を仮定した最尤推定が正しく行えていることを確認するために、 $T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ を対数正規分布で発生させて確認を行う。

表 16 は、 $T_i^*(\boldsymbol{\beta}^*)$ に対数正規分布を仮定し、 $\beta_1^* = \beta_2^* = 1.00$ としたシミュレーションデータの推定結果である。表中の μ は対数正規分布の対数変換後の平均、 σ は標準偏差の設定値をそれぞれ表す。一回のシミュレーションで 1000 台分のデータを発生させ、1 セットを 500 回繰り返した際の推定結果の推定値の平均を上段に示し、推定値の標準偏差を下段に示す。この結果より、 $\boldsymbol{\beta}$ を正しく推定できていることが確認できる。さらに、分布の標準偏差 σ の値が小さい場合ほど、 $\boldsymbol{\beta}$ の推定精度は良くなる。

表 16: T_i^* を対数正規分布で発生させた際の結果 ($\beta_1^* = \beta_2^* = 1.00$, $\mu = 2.0$, $n = 1000$, 繰り返し数: 500)

設定値		提案方法		変動係数最小	
μ	σ	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
2.0	1.0	0.991	0.997	0.165	0.119
		0.301	0.286	1.305	1.489
2.0	0.7	0.994	0.991	0.619	0.605
		0.209	0.222	0.489	0.493
2.0	0.5	1.001	0.998	0.801	0.795
		0.168	0.163	0.244	0.053
2.0	0.1	1.001	0.999	0.979	0.977
		0.032	0.035	0.032	0.035
2.0	0.01	1.000	1.000	1.000	1.000
		0.003	0.004	0.003	0.004

(上段は 500 個の推定値の平均を表し、下段は 500 個の推定値の標準偏差を表す。)

ワイブル分布で発生させた $T_i^*(\beta^*)$ による確認

$T_i^*(\beta)$ をワイブル分布に従わせて発生させたデータに対して、対数正規分布を仮定した最尤推定法により β を近似的に求めることができることを確認する。 $\beta_1^* = \beta_2^* = 1.00$ とした $T_i^*(\beta^*)$ にワイブル分布を仮定したデータを発生させ、対数正規分布を仮定した最尤推定法により β を推定することを 1000 回行った。

表 17 (次ページ) は、推定結果の平均と標準偏差を示したものである。発生させるワイブル分布の形状パラメータを m 、尺度パラメータを η 、サンプル数を n として表中に示す。さらに図 21 は、表 17 中の $\eta = 100$ の場合の β_1 の推定結果を図で示したものである。表 17、図 21 の結果により、分布の仮定が異なっても、パラメータ β を近似的に求められることが確認できる。さらに、ワイブル分布の形状パラメータ m の値が大きい場合ほど、 β の推定精度は良くなることがわかる。一方で、形状パラメータ m の値が小さい場合には、 β の真値に対して偏りを持っている様子が確認できる。

さらに、推定結果のバラつきを確認する。図 22 は、表 17 中の β_1 の推定結果 ($\eta = 100$, $n = 10000$ の場合) の箱ひげ図を示したものである。形状パラメータ m の値が大きくなると、推定値のバラつきは小さくなるが、バラつき方の分布にはそれほど違いがないことがわかる。

表 17: ワイブル分布で発生させた $T_i^*(\beta^*)$ に対して,
 $T_i^*(\beta)$ に対数正規分布を仮定した最尤推定により β を推定した結果
 (繰り返し数 1000 回, $\beta_1^* = \beta_2^* = 1.00$)

m=1		$\eta = 50$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.974	0.960	0.987	
標準偏差	0.322	0.138	0.085	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.945	0.957	0.987	
標準偏差	0.326	0.138	0.092	

m=1		$\eta = 100$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.957	0.958	0.955	
標準偏差	0.320	0.140	0.099	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.947	0.963	0.953	
標準偏差	0.310	0.143	0.099	

m=2		$\eta = 50$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.951	0.961	0.966	
標準偏差	0.282	0.132	0.085	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.958	0.957	0.965	
標準偏差	0.275	0.127	0.091	

m=2		$\eta = 100$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.983	0.974	0.975	
標準偏差	0.301	0.133	0.093	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.972	0.979	0.969	
標準偏差	0.301	0.135	0.094	

m=3		$\eta = 50$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.978	0.980	0.984	
標準偏差	0.245	0.108	0.078	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.977	0.983	0.987	
標準偏差	0.249	0.111	0.080	

m=3		$\eta = 100$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.987	0.983	0.987	
標準偏差	0.285	0.125	0.092	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	1.001	0.987	0.988	
標準偏差	0.275	0.122	0.091	

m=4		$\eta = 50$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.992	0.987	0.991	
標準偏差	0.221	0.098	0.069	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	1.011	0.989	0.993	
標準偏差	0.215	0.096	0.066	

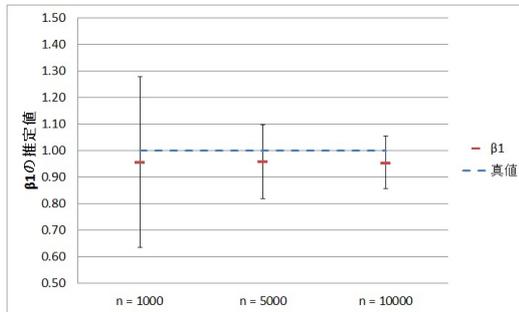
m=4		$\eta = 100$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.997	0.995	0.994	
標準偏差	0.258	0.113	0.081	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	1.001	0.995	0.993	
標準偏差	0.256	0.115	0.079	

m=5		$\eta = 50$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.996	0.995	0.994	
標準偏差	0.188	0.083	0.059	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.998	0.998	0.997	
標準偏差	0.185	0.081	0.062	

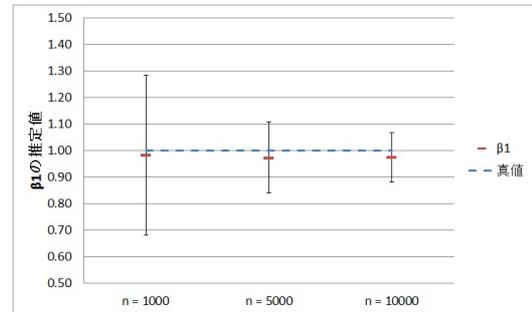
m=5		$\eta = 100$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.997	0.996	0.996	
標準偏差	0.232	0.102	0.073	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.997	0.995	0.995	
標準偏差	0.228	0.104	0.071	

m=6		$\eta = 50$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.995	1.000	1.000	
標準偏差	0.159	0.074	0.050	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.997	0.998	1.000	
標準偏差	0.157	0.074	0.052	

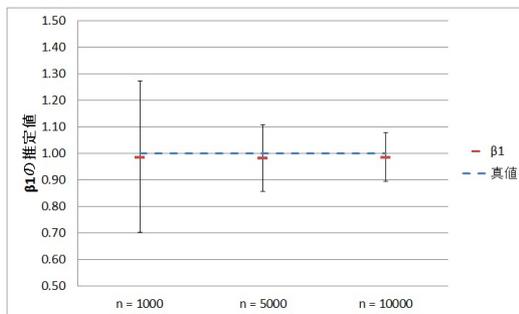
m=6		$\eta = 100$		
$\beta 1$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.999	0.999	0.998	
標準偏差	0.202	0.093	0.063	
$\beta 2$	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	1.004	0.994	1.000	
標準偏差	0.208	0.089	0.066	



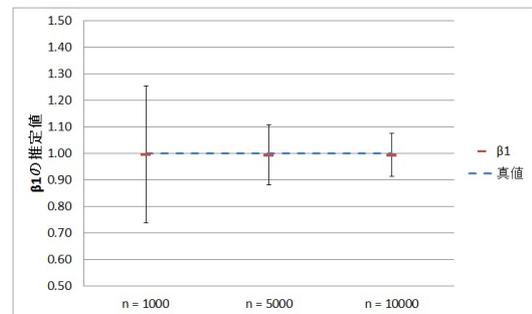
(a) $m = 1$ の場合



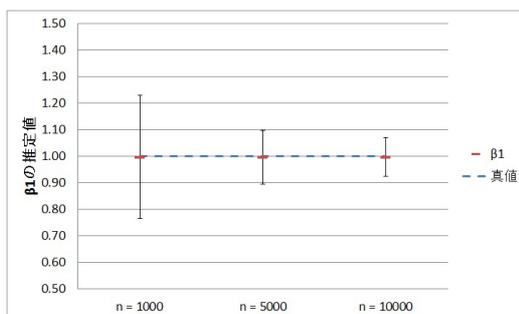
(b) $m = 2$ の場合



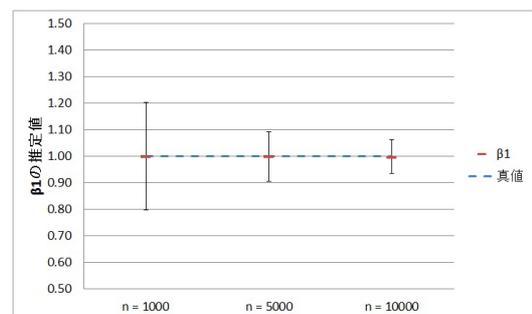
(c) $m = 3$ の場合



(d) $m = 4$ の場合



(e) $m = 5$ の場合



(f) $m = 6$ の場合

図 21: 表 17 中の $\eta = 100$ の場合の β_1 の推定結果 ($\beta_1^* = 1.00$,
 プロットの中央が繰り返し数 1000 回の平均値, 上下が \pm 標準偏差)

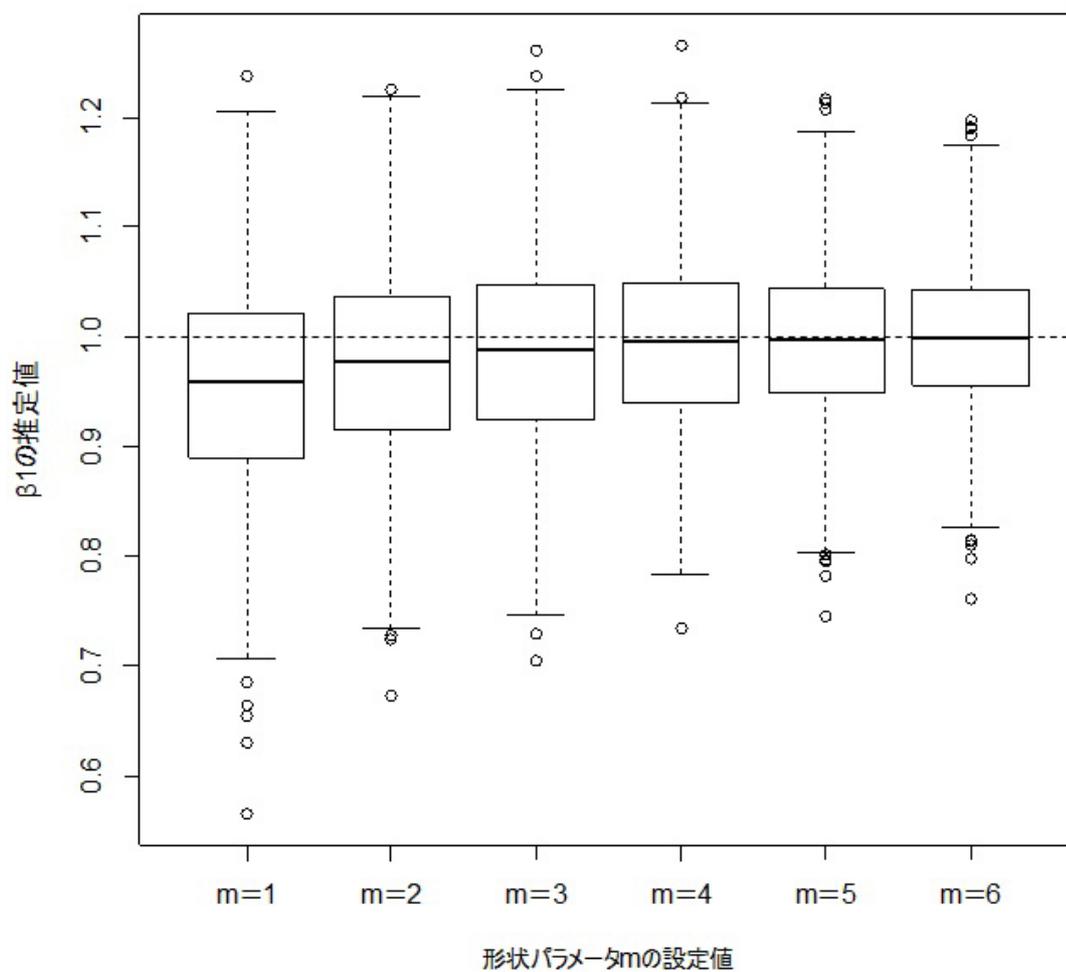
繰り返し数1000回の推定結果のバラつき(尺度パラメータ $\eta=100$, $n=10000$)

図 22: 表 17 中の β_1 の推定結果 ($\eta = 100$ の場合) の箱ひげ図
($n = 10000$, 繰り返し数 1000 回, $\beta_1^* = 1.00$)

表 18 (次ページ) は, 変動係数最小化により推定した結果である。こちらの場合も, ワイブル分布の形状パラメータ m の値が大きい場合ほど推定精度は良くなるが, 対数正規分布を仮定した最尤推定法に比べて全体的に推定精度が劣る。

7.6 まとめと今後の課題

以上より, 変換した故障時間 $T_i^*(\beta^*)$ が実際はワイブル分布に従っている場合でも, 対数正規分布を仮定することにより, 共変量の影響を表すパラメータ (β_1, β_2) の値を近似的に求められることを示した。これにより, 対数正規分布とワイブル分布の間において, $T^*(\beta^*)$ の分布の型の仮定に依らずにオンラインで観測される共変量を取り入れたモデルの構築が可能となり, 製品個別の寿命予測へのオンラインで観測される共変量のさらなる活用につながる。

今後は, 提案手法のオンライン状態監視による信頼性向上への活用に取り組む。また, ワイブル分布の形状パラメータ m の値と近似の精度の関係についても, 解析的な検討を行う。そして, より広い範囲のオンライン状態監視データに適用するために, 他の分布の下でも同様なモデル構築が可能かも検討していく。

表 18: ワイブル分布で発生させた $T_i^*(\beta^*)$ に対する
 変動係数最小化による β の推定結果 (繰り返し数 1000 回, $\beta_1^* = \beta_2^* = 1.00$)

m=1		$\eta = 50$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.511	0.517	0.504	
標準偏差	1.180	0.506	0.347	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.450	0.550	0.523	
標準偏差	1.129	0.524	0.361	

m=1		$\eta = 100$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.466	0.487	0.530	
標準偏差	1.631	0.730	0.530	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.500	0.502	0.492	
標準偏差	1.624	0.732	0.522	

m=2		$\eta = 50$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.856	0.858	0.864	
標準偏差	0.401	0.186	0.131	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.884	0.857	0.865	
標準偏差	0.422	0.183	0.000	

m=2		$\eta = 100$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.876	0.874	0.868	
標準偏差	0.570	0.260	0.181	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.852	0.872	0.862	
標準偏差	0.579	0.267	0.183	

m=3		$\eta = 50$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.923	0.931	0.931	
標準偏差	0.274	0.122	0.083	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.933	0.933	0.934	
標準偏差	0.275	0.124	0.089	

m=3		$\eta = 100$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.928	0.931	0.934	
標準偏差	0.390	0.166	0.124	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.958	0.937	0.934	
標準偏差	0.362	0.170	0.124	

m=4		$\eta = 50$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.954	0.958	0.957	
標準偏差	0.213	0.094	0.067	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.972	0.961	0.960	
標準偏差	0.204	0.091	0.066	

m=4		$\eta = 100$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.965	0.966	0.965	
標準偏差	0.288	0.130	0.095	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.968	0.962	0.955	
標準偏差	0.305	0.132	0.091	

m=5		$\eta = 50$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.970	0.974	0.972	
標準偏差	0.171	0.074	0.054	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.974	0.976	0.973	
標準偏差	0.173	0.075	0.057	

m=5		$\eta = 100$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.990	0.974	0.977	
標準偏差	0.242	0.105	0.080	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.984	0.970	0.976	
標準偏差	0.241	0.108	0.076	

m=6		$\eta = 50$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.982	0.982	0.983	
標準偏差	0.142	0.066	0.045	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.979	0.980	0.984	
標準偏差	0.137	0.066	0.046	

m=6		$\eta = 100$		
β_1	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.980	0.980	0.981	
標準偏差	0.199	0.090	0.062	
β_2	n = 1000	n = 5000	n = 10000	
平均	0.990	0.974	0.982	
標準偏差	0.196	0.089	0.065	

第8章

結論

8.1 本稿の結論

本稿では、直線と仮定した累積使用量曲線を有する製品の故障データならびに打ち切りデータに対し、使用頻度を考慮した二変量の条件付き累積ハザード関数を集計表に基づいて推定する方法を提案した。

二変量の条件付き累積ハザード関数の結果を用いることにより、条件付き累積ハザード関数を両対数軸の平面上に曲面として描いた3次元ワイブルプロットを確認することで、故障発生率の使用頻度の依存性と二つの時間尺度との関係をより視覚的に捉えるようにした。

さらに、条件付き累積ハザード関数の推定結果を条件付き累積故障確率・同時累積故障確率へと変換することにより、ユーザによる製品の使用頻度の違いを考慮した二変量における故障時点の予測と、累積使用量曲線の傾きで層別された各ユーザがそれぞれの層に現れる割合を考慮した全体的な保全計画の立案が可能となる。

これら、提案方法の累積ハザード関数の推定および3次元ワイブルプロットは、通常入手可能な表計算ソフトウェアで容易に作成することができる。

さらに、逐次的に取得される様々な共変量の活用を考え、共変量を取り入れた新しい変量に変換し、故障の発生に対する共変量の影響の大きさを検討することを提案し

た。本稿では、変換する変量の従う寿命分布の型がワイブル分布に従っている場合でも、対数正規分布を仮定した最尤推定により共変量の影響の大きさが推定可能であることを示した。

8.2 今後の課題

本稿の第4章の提案方法に対して、共変量の情報を取り入れることを目指す。そのためには、第7章で示した共変量を取り入れた寿命変量への変換を用いて、二変量の寿命データ解析を行うことが考えられる。

さらに、共変量を取り込む際のモデル化について、より故障メカニズムに即したモデルの検討を進めたい。また現実では、寿命分布がきれいに一つの分布の型に従っていることは少なく、いくつかの寿命分布の型が混合した分布に従う。このような場合についても検討したい。

以上を含め、オンラインでの状態監視による製品やシステムの信頼性向上のためのオンライン状態監視データの活用の研究を進めていきたい。

付録 A

分割領域の検討

図 23(a) の灰色部分は、 $\{\log X_0 = 1.0, \log X_1 = 1.2, \dots, \log X_5 = 2.0\}, \{\log Y_0 = 1.0, \log Y_1 = 1.2, \dots, \log Y_5 = 2.0\}$ により、 (5×5) 個に区切られた領域において、直線と仮定した累積使用量曲線を考慮した際の領域 $\{(x, y) : 10^{1.4} < x \leq 10^{1.6}, 10^{1.2} < y \leq 10^{1.4}\}$ の範囲を示す。さらに図 23(b) の灰色部分は、提案手法において、領域 $\{(x, y) : 10^{1.4} < x \leq 10^{1.6}, 10^{1.2} < y \leq 10^{1.4}\}$ (図 23(a) の灰色部分) におけるリスクセットが存在する範囲を示す。

しかし、図 23(b) の灰色部分では、図 23(a) の矢印と矩形との間に隙間が発生してしまう。そこで、分割領域に対する検討のために、図 24(a)(b) のように、累積ハザード関数を求める際の矩形の領域を上下に分割して考える。

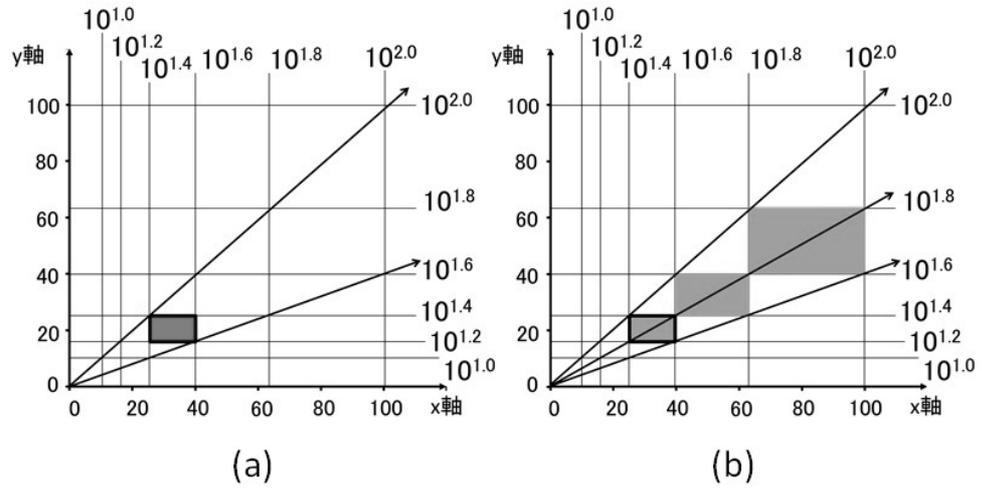


図 23: 提案方法における, 対数尺での間隔を 0.2 とした (5×5) 個の領域での, 領域 $\{(x,y) : 10^{1.4} < x \leq 10^{1.6}, 10^{1.2} < y \leq 10^{1.4}\}$ のリスクセットが存在しうる範囲

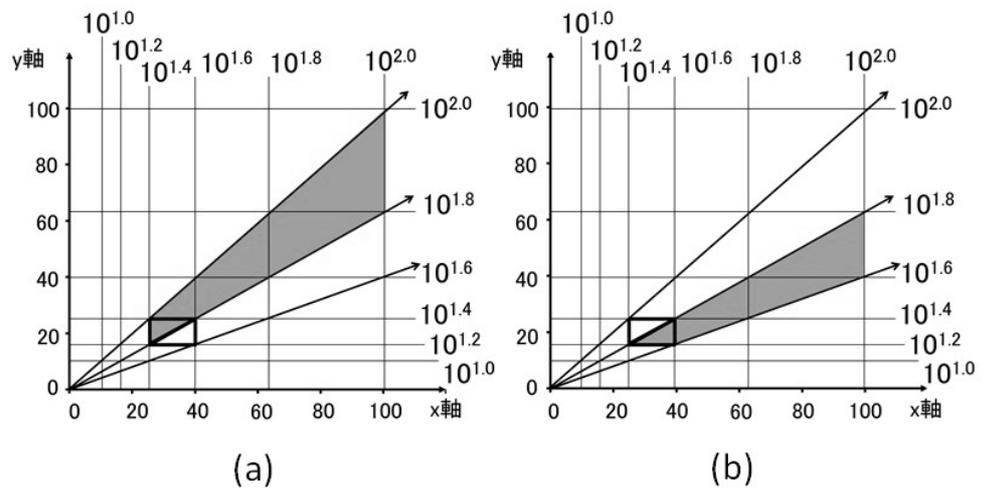


図 24: 分割領域の検討

上下に分割した各領域における故障数，打ち切り数を集計する。そして，上下部に分割した各範囲におけるリスクセット数を用いて，各時点の故障率を求める。さらに，求めた故障率を各範囲内で累積することにより，上下部それぞれの領域における累積ハザード関数を推定する。最後に，上下部の各累積ハザード関数の推定値を平均することにより，各矩形の領域の累積ハザード関数を得る。

図 24 のような分割領域による各層の条件付き累積故障確率の推定値を，表 19 に示す。一方，第 4 章の提案方法による各層の条件付き累積故障確率の推定値を，表 20 に再掲する。分割領域を変化させる前と後では推定値にそれほど大きな違いが現れないことが確認できる。

表 19: 図 24 のような分割領域による各層の条件付き累積故障確率の推定値（結果の一部抜粋）

		暦時間												
		$10^{12}<$	$10^{13}<$	$10^{14}<$	$10^{15}<$	$10^{16}<$	$10^{17}<$	$10^{18}<$	$10^{19}<$	$10^{20}<$	$10^{21}<$	$10^{22}<$		
		$\leq 10^{13}$	$\leq 10^{14}$	$\leq 10^{15}$	$\leq 10^{16}$	$\leq 10^{17}$	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^{19}$	$\leq 10^{20}$	$\leq 10^{21}$	$\leq 10^{22}$	$\leq 10^{23}$		
				(32)					(100)					
累積使用量	$10^{22}<$	$\leq 10^{23}$	0.2%	0.1%	0.3%	0.4%	0.3%	0.3%	0.2%	0.4%	1.0%	3.2%	2.6%	
	$10^{23}<$	$\leq 10^{24}$	0.2%	0.2%	0.1%	0.4%	0.4%	0.3%	0.5%	0.2%	0.7%	1.0%	3.2%	
	$10^{24}<$	$\leq 10^{25}$	(316)	0.1%	0.2%	0.3%	0.3%	0.4%	0.5%	0.5%	1.0%	0.7%	1.0%	
	$10^{25}<$	$\leq 10^{26}$		0.4%	0.1%	0.3%	0.5%	0.4%	0.6%	0.7%	1.1%	1.1%	0.7%	1.2%
	$10^{26}<$	$\leq 10^{27}$		0.4%	0.4%	0.3%	0.5%	0.7%	0.6%	0.8%	1.0%	1.5%	1.3%	1.2%
	$10^{27}<$	$\leq 10^{28}$		1.0%	0.4%	0.6%	0.5%	0.9%	1.0%	1.1%	1.7%	2.3%	2.9%	1.9%
	$10^{28}<$	$\leq 10^{29}$		0.8%	1.0%	0.5%	1.0%	1.3%	1.7%	1.7%	2.0%	3.1%	4.4%	3.8%
	$10^{29}<$	$\leq 10^{30}$	(1000)	0.0%	0.8%	1.1%	1.0%	1.8%	2.4%	3.0%	3.0%	3.4%	5.1%	5.9%
	$10^{30}<$	$\leq 10^{31}$		0.0%	0.0%	2.4%	3.3%	2.6%	3.0%	3.9%	5.1%	4.9%	5.8%	8.4%
	$10^{31}<$	$\leq 10^{32}$		0.0%	0.0%	1.9%	5.1%	6.9%	5.5%	5.3%	7.0%	7.9%	8.8%	10.5%
	$10^{32}<$	$\leq 10^{33}$		15.4%	9.5%	0.0%	1.9%	7.3%	11.1%	9.4%	9.7%	11.0%	13.6%	14.7%
	$10^{33}<$	$\leq 10^{34}$		15.4%	23.4%	9.5%	2.2%	6.3%	10.7%	16.4%	14.1%	14.9%	17.7%	18.8%
	$10^{34}<$	$\leq 10^{35}$	(3162)	0.0%	15.4%	32.4%	42.8%	19.1%	9.3%	18.4%	20.7%	22.3%	22.5%	26.1%
	$10^{35}<$	$\leq 10^{36}$				15.4%	51.6%	51.6%	28.6%	17.1%	21.0%	29.0%	31.7%	33.0%

(空白は，リスクセット数が0であるために，累積ハザード関数の推定を行うことが出来ない部分)

表 20: [再掲] 提案方法による各層の条件付き累積故障確率の推定値
(結果の一部抜粋)

		暦時間												
		$10^{12}<$	$10^{13}<$	$10^{14}<$	$10^{15}<$	$10^{16}<$	$10^{17}<$	$10^{18}<$	$10^{19}<$	$10^{20}<$	$10^{21}<$	$10^{22}<$		
		$\leq 10^{13}$	$\leq 10^{14}$	$\leq 10^{15}$	$\leq 10^{16}$	$\leq 10^{17}$	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^{19}$	$\leq 10^{20}$	$\leq 10^{21}$	$\leq 10^{22}$	$\leq 10^{23}$		
累積使用量	$10^{22}<$	$\leq 10^{23}$	0.3%	0.0%	0.2%	0.4%			1.0%	0.7%	0.0%	4.0%	2.4%	
	$10^{23}<$	$\leq 10^{24}$	0.2%	0.3%	0.1%	0.5%			0.6%	0.0%	1.5%	0.0%	4.0%	
	$10^{24}<$	$\leq 10^{25}$	(316)	0.0%	0.3%	0.3%	0.2%			0.6%	1.6%	0.0%	1.5%	0.0%
	$10^{25}<$	$\leq 10^{26}$		0.3%	0.0%	0.5%	0.5%	0.2%	0.7%	0.6%	1.1%	1.6%	0.0%	2.8%
	$10^{26}<$	$\leq 10^{27}$		0.6%	0.3%	0.2%	0.6%	0.8%	0.6%	1.0%	0.8%	2.0%	1.6%	0.0%
	$10^{27}<$	$\leq 10^{28}$		1.5%	0.6%	0.7%	0.5%	1.0%	1.1%	1.3%	1.8%	2.0%	4.1%	2.3%
	$10^{28}<$	$\leq 10^{29}$		0.0%	1.5%	0.6%	1.4%	1.3%	2.0%	1.9%	2.4%	3.5%	3.0%	5.1%
	$10^{29}<$	$\leq 10^{30}$	(1000)	0.0%	0.0%	1.9%	0.8%	2.3%	2.5%	3.5%	2.9%	4.3%	5.9%	4.7%
	$10^{30}<$	$\leq 10^{31}$		0.0%	0.0%	4.5%	3.0%	2.3%	3.7%	4.3%	5.7%	4.7%	6.6%	8.2%
	$10^{31}<$	$\leq 10^{32}$		0.0%	0.0%	5.1%	6.8%	7.6%	4.8%	6.0%	7.3%	8.7%	9.9%	11.4%
	$10^{32}<$	$\leq 10^{33}$	18	0.0%	0.0%	0.0%	5.1%	10.5%	12.4%	8.8%	11.4%	11.1%	14.0%	15.5%
	$10^{33}<$	$\leq 10^{34}$	0	0.0%	0.0%	1.1%	4.4%	8.0%	14.4%	16.9%	13.3%	17.1%	17.6%	19.0%
$10^{34}<$	$\leq 10^{35}$	(3162)	0.0%	0.0%	30.2%	60.0%	14.5%	14.4%	20.7%	23.0%	20.5%	23.7%	26.3%	
$10^{35}<$	$\leq 10^{36}$				0.0%	36.2%		19.7%	24.4%	22.2%	31.6%	29.7%	29.6%	

(空白は、リセット数が0であるために、累積ハザード関数の推定を行うことが出来ない部分)

付録 B

MSE_{kl} の重み付き平均の計算過程

表 21 は、 ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータにおいて故障データが集計表の各範囲に現れる数の平均を示したものである。この集計表の各値を全データの総数で割ることにより、故障時点が集計表の各範囲に現れる割合が算出される。

表 22, 表 23 は、 ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータを用いた各方法における推定値 (50 回分) の MSE_{kl} を示したものである。各 MSE_{kl} の値に、データの故障時点が各範囲に現れる割合を掛け合わせたものを合計することにより、各方法における MSE_{kl} の重み付き平均が算出される。

表 21: ε_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータにおいて故障データが集計表の各範囲に現れる数の平均 ($n = 10000$, 繰り返し数 50)

		暦時間																					
		1.8	2.0	2.2	2.5	2.8	3.2	3.5	4.0	4.5	5.0	5.6	6	7	8	9	10	11	13	14	16	18	
累積使用量	7.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
	7.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
	8.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
	10	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
	11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
	13	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0
	14	0.0	0.0	0.0	0.2	0.0	0.2	0.1	0.2	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.1	0.0	0.1	0.1	0.0	0.1	0.0	0.0
	16	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.2	0.4	0.0	0.2	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	18	0.0	0.2	0.1	0.0	0.2	0.0	0.1	0.2	0.4	0.3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1	0.0	0.2	0.1	0.0	0.1	0.0	0.2
	20	0.0	0.2	0.1	0.2	0.2	0.0	0.1	0.4	0.3	0.4	0.3	0.6	0.1	0.1	0.4	0.1	0.3	0.2	0.0	0.1	0.2	0.2
	22	0.0	0.0	0.1	0.3	0.5	0.5	0.5	0.4	0.8	0.9	0.7	0.6	0.6	0.4	0.4	0.6	0.4	0.2	0.7	0.1	0.4	0.4
	25	0.0	0.0	0.3	0.2	0.1	0.5	0.6	0.5	0.8	0.9	0.4	0.8	0.9	0.7	1.2	1.0	1.0	0.9	0.7	0.4	0.4	0.4
	28	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.6	0.4	1.0	1.1	1.3	0.9	1.8	1.2	1.5	1.5	1.6	1.9	1.4	1.0	1.3	1.0	1.0
	32	0.0	0.0	0.1	0.4	0.2	0.6	0.6	0.6	1.6	1.5	1.5	2.1	2.5	2.0	2.8	3.3	2.3	2.1	2.1	2.0	2.0	2.0
	35	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4	0.8	1.2	1.5	2.0	1.9	2.5	3.0	3.5	3.4	3.6	4.3	4.2	4.1	4.4	3.3	3.3
	40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.8	1.0	1.8	2.3	2.4	2.8	4.5	5.1	5.8	6.0	6.8	6.8	7.2	6.6	6.5	6.5
	45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.4	1.0	1.4	3.2	2.2	3.9	4.9	6.6	7.4	9.1	8.0	9.8	11.1	10.8	10.7	10.7
	50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.5	0.5	1.8	2.8	3.0	4.4	5.3	8.0	9.8	14.0	12.3	15.6	17.1	17.8	15.3	15.3
	56	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.5	1.1	1.7	2.1	3.5	6.1	9.1	13.0	16.3	15.1	19.9	24.6	25.7	27.8	27.8	27.8
	63	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.3	0.6	1.6	1.5	3.0	5.4	9.6	12.5	19.5	21.0	27.0	36.5	36.4	39.1	39.1	39.1
71	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.5	1.2	1.5	2.1	4.6	8.0	13.1	20.9	23.4	32.2	43.8	44.9	52.3	52.3	
79	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.6	0.9	1.8	4.4	5.9	13.4	21.1	21.9	34.1	47.7	58.8	67.3	67.3	67.3	
89	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	0.5	1.2	2.2	4.6	7.8	14.6	19.2	30.7	46.0	58.0	71.9	71.9	71.9	
100	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.6	1.2	3.0	5.0	9.1	14.6	22.9	35.8	51.0	65.5	65.5	65.5	
112	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.2	0.2	0.4	0.8	3.2	5.2	8.8	13.7	22.5	32.5	49.4	49.4	
126	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.1	0.4	2.7	4.3	5.2	12.5	16.3	25.7	25.7	25.7	
141	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.5	0.8	2.3	3.0	6.0	8.3	8.3	
158	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.2	0.1	0.6	0.9	1.0	1.0	
178	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.3	0.3	
200	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	

(a) 暦時間が $\{1.6 < x \leq 18\}$ の範囲の結果

		暦時間																				
		20	22	25	28	32	35	40	45	50	56	63	71	79	89	100	112	126	141	158	178	200
累積使用量	7.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	7.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	8.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	13	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	14	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	16	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	18	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	20	0.0	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	22	0.2	0.1	0.1	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	25	0.7	0.4	0.3	0.4	0.2	0.1	0.0	0.1	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	28	1.2	0.9	0.8	0.5	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	32	2.0	2.2	0.9	0.9	0.6	0.6	0.4	0.2	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	35	2.6	3.2	1.8	2.0	1.2	0.6	0.7	0.6	0.3	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	40	4.5	5.8	4.4	4.0	2.4	2.0	1.2	0.6	0.7	0.4	0.3	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	45	9.3	8.5	5.9	7.5	4.5	3.6	2.3	2.5	1.3	0.9	0.3	0.1	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	50	16.8	17.1	14.6	12.7	9.8	8.9	6.1	4.1	3.0	1.5	1.5	0.5	0.1	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	56	27.0	27.2	22.8	21.9	19.7	13.8	11.7	8.2	6.3	4.7	2.1	1.3	0.8	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	63	40.5	41.7	40.0	37.8	34.3	28.3	22.8	17.3	12.0	8.8	4.9	3.5	1.2	0.5	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
71	63.1	62.7	63.8	60.3	58.7	52.1	39.9	36.0	25.6	19.7	13.5	6.5	4.2	1.7	0.7	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
79	83.2	81.5	94.8	91.2	95.2	83.1	72.0	60.5	50.0	35.8	22.3	15.0	8.3	4.5	1.7	0.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
89	92.3	98.5	116.0	121.3	125.9	115.5	111.8	101.3	81.6	63.8	44.5	27.4	18.3	10.0	4.5	2.0	0.5	0.2	0.1	0.0	0.0	
100	93.5	103.6	123.7	133.6	144.8	146.3	142.2	140.1	113.9	95.8	75.7	49.0	31.8	18.5	9.9	4.2	1.2	0.4	0.3	0.1	0.0	
112	69.9	82.5	105.8	122.3	133.5	153.1	149.9	147.3	135.4	112.9	94.4	66.7	49.5	29.7	16.8	8.0	3.4	0.9	0.3	0.2	0.0	
126	40.6	48.9	66.4	78.5	93.1	107.8	112.5	118.8	115.1	104.1	88.5	73.7	52.2	36.2	20.3	11.5	5.0	2.1	0.6	0.2	0.0	
141	14.8	16.1	26.8	31.5	42.6	49.2	52.2	59.5	55.9	57.0	51.1	45.5	35.3	24.5	16.9	9.7	4.6	2.8	1.0	0.3	0.0	
158	2.3	3.4	5.0	7.3	9.8	11.0	13.3	14.0	16.2	15.9	15.9	14.7	11.9	10.2	6.8	3.7	2.7	1.0	0.7	0.1	0.0	
178	0.5	0.3	0.5	0.4	0.5	0.9	1.4	1.1	1.8	2.0	2.3	1.3	1.9	1.3	0.9	0.9	0.5	0.4	0.2	0.0	0.0	
200	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	

(b) 暦時間が $\{18 < x \leq 200\}$ の範囲の結果

表 23: ϵ_{ij} の標準偏差が 2.5 となるデータを用いた Pons[14] の方法に基づく推定値の MSE_{kl} ($n = 10000$, 繰り返し数 50, 打ち切りデータあり)

		暦時間																				
		1.8	2.0	2.2	2.5	2.8	3.2	3.5	4.0	4.5	5.0	5.6	6	7	8	9	10	11	13	14	16	18
累積使用量	7.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	7.9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8.9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	63	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
71	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
79	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
100	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
112	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
126	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
141	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
158	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
178	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
200	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

(a) 暦時間が $\{1.6 < x \leq 18\}$ の範囲の結果

		暦時間																				
		20	22	25	28	32	35	40	45	50	56	63	71	79	89	100	112	126	141	158	178	200
累積使用量	7.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	7.9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8.9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	63	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
71	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
79	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.03	0.04	0.07	0.09	0.12	0.13	0.14	0.12	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11
100	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.03	0.07	0.13	0.21	0.31	0.40	0.43	0.38	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34
112	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	0.04	0.10	0.22	0.40	0.61	0.75	0.79	0.70	0.62	0.62	0.62	0.62	0.62
126	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.02	0.06	0.15	0.29	0.45	0.57	0.61	0.53	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
141	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.04	0.11	0.23	0.38	0.49	0.52	0.45	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39
158	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.0																

参考文献

- [1] Aalen, O. (1978) : “Nonparametric inference for a family of counting processes,” *The Annals of Statistics*, Vol.6, pp.701-726.
- [2] Burke, M. D. (1984) : “Estimation of a bivariate distribution function under random censorship,” *Biometrika*, Vol.75, pp.379-382.
- [3] Dabrowska, D. M. (1988) : “Kaplan-Meier estimate on the plane,” *The Annals of Statistics*, Vol.16, pp.1475-89.
- [4] Fleming, T. R. and Harrington, D. P. (1991) : *Counting Processes and Survival Analysis*, Wiley.
- [5] Hong, Y. and Meeker, W. Q. (2010): “A model for field failure prediction using dynamic environmental data,” *Mathematical and Statistical Models and Methods in Reliability Statistics for Industry and Technology*, Springer, pp.223-233.
- [6] Hong, Y. and Meeker, W. Q. (2013): “ Field-failure predictions based on failure-time data with dynamic covariate information,” *Technometrics*, Vol. 55, pp. 135-149.
- [7] Hougaard, P. (2000) : *Analysis of Multivariate Survival Data (Statistics for Biology and Health)*, Springer.
- [8] 市田嵩, 鈴木和幸 (1983) : 信頼性の分布と統計, 日科技連出版.

-
- [9] Kordonsky, K. B. and Gertsbakh, I. B. (1993): “ Choice of the best time scale for system reliability analysis,” *European Journal of Operational Research*, Vol. 65, pp.235-246.
- [10] Lawless, J. F. (2003) : *Statistical Models and Methods for Lifetime Data Second Edition*, Wiley.
- [11] Meeker, W. Q. and Escobar, L. A. (1998) : *Statistical Methods for Reliability Data*, Wiley.
- [12] Nelson, W. (1972) : “Theory and applications of hazard plotting for censored failure data,” *Technometrics*, Vol.14, pp.945-966.
- [13] Nelson, W. (2001): “ Prediction of fieldreliability of units, each underdifferingdynamicstresses, from accelerated test data,” *Handbook of Statistics*, Elsevier, Vol. 20, pp.611-621.
- [14] Pons, O. (1986) : “A test of independence between two censored survival times,” *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol.13, pp.173-185.

謝辞

まず、御多忙の中でも懇切丁寧な御指導を頂いた鈴木和幸先生に深く感謝いたします。そして、様々な面でお世話になった大石修二先生、石田勉先生、山本渉先生、金路先生、鈴木・金研究室および山本研究室の皆様にご心より御礼申し上げます。さらに、御多忙の中研究の相談に乗っていただきました、研究室の先輩でもある職業能力開発総合大学校の横川慎二先生にも感謝いたします。また、有益なる御助言と激励を頂きました、日本品質管理学会 信頼性・安全性計画研究会のメンバーの皆様にも感謝いたします。そして、多くの御教示を賜った学位論文審査委員の田中健次先生、長岡浩司先生、植野真臣先生、田原康之先生に、御礼申し上げます。

最後に、精神的にも、経済的にも私を支え続けてくれた、家族に心から感謝を申し上げます。

関連・参考論文の印刷公表の方法及び時期

1. 関連論文

(1)

著者名：横山真弘，山本渉，鈴木和幸

論文題目：線形な2変量時間変数に基づく信頼性寿命解析

印刷公表の方法および時期：平成26年1月，日本信頼性学会誌，Vol.36，pp.63-73.

(2)

著者名：Masahiro Yokoyama and Kazuyuki Suzuki

論文題目：Integrated Reliability and Safety Information System for Personalized Risk Communication

印刷公表の方法および時期：平成22年10月，The 8th ANQ Congress, Delhi, JP25.

2. 参考論文

著者名：Masahiro Yokoyama, Toshie Yamashita, Watalu Yamamoto and Kazuyuki Suzuki

論文題目：Personalized Prediction of Optimal Replacement Point Using Data Assimilation

印刷公表の方法および時期：平成23年9月，The 9th ANQ Congress, Ho Chi Minh City, JP11.