

# スカーミオン MRAM のシミュレーション解析

平成 29 年 2 月 13 日

情報数理工学コース

学籍番号 1531092

穂積 繁

指導教員 仲谷 栄伸

# 目次

第 1 章	はじめに	4
1.1	本研究の背景	4
1.2	目的	4
1.3	本論文の構成	6
第 2 章	基本事項	7
2.1	マイクロマグネティックシミュレーション	7
2.1.1	マイクロマグネティックシミュレーション	7
2.1.2	原子磁気モーメント	7
2.1.3	Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式	7
2.1.4	実効磁界	7
2.1.5	異方性磁界	8
2.1.6	交換磁界	8
2.1.7	静磁界	8
2.1.8	スピン電流	8
2.2	スカーミオン	8
2.2.1	スカーミオンの性質	8
2.2.2	ジャロシンスキー守谷相互作用	9
2.2.3	DMI 磁界	9
2.3	エネルギー均衡性	9
2.4	熱安定性	9
2.5	GPU と高速演算	9
第 3 章	LLG 方程式を用いたマイクロマグネティックシミュレーション	10
3.1	マイクロマグネティックモデル	10
3.2	LLG 方程式の数値解法	10
3.2.1	原子磁気モーメントと LLG 方程式	10
3.2.2	オイラー法	13
3.2.3	4 次のルンゲクッタ法	14
3.3	実効磁界の計算方法	14
3.3.1	交換磁界	14
3.3.2	異方性磁界	16
3.3.3	DMI 磁界	17
3.3.4	静磁界	18
3.3.5	境界条件	23
3.4	電子のポテンシャルエネルギー	24
3.5	熱安定性指数	25
3.6	GPU プログラミング	25

<b>第 4 章</b>	<b>数理モデル</b>	<b>28</b>
4.1	1 次元薄膜モデル	28
4.1.1	実験概要	28
4.1.2	離散化モデル	29
4.1.3	材料定数と計算条件	29
4.2	円盤モデル	30
4.2.1	実験概要	30
4.2.2	実験概要	30
4.2.3	離散化モデル	30
4.2.4	材料定数と計算条件	31
4.3	2 次元平面薄膜モデル	32
4.3.1	実験概要	32
4.3.2	離散化モデル	32
4.3.3	材料定数と計算条件	33
4.4	ナノピラー型モデル	33
4.4.1	実験概要	33
4.4.2	離散化モデル	34
4.4.3	材料定数と計算条件	35
4.5	三角形モデル	35
4.5.1	実験概要	35
4.5.2	離散化モデル	36
4.5.3	材料定数と計算条件	36
<b>第 5 章</b>	<b>GPU を用いたスカーミオンシミュレーションの高速化</b>	<b>38</b>
5.1	高速化の目的	38
5.2	実験環境	38
5.3	GPU を用いたマイクロマグネティックシミュレーション	38
<b>第 6 章</b>	<b>予備実験</b>	<b>41</b>
6.1	1 次元薄膜モデル	41
6.2	円盤薄膜モデル	43
6.3	まとめ	44
<b>第 7 章</b>	<b>スカーミオン安定性の検討</b>	<b>45</b>
7.1	スカーミオン出現条件の調査	45
7.2	スカーミオン MRAM におけるエネルギー均衡性の調査	48
7.3	スカーミオン MRAM における熱安定性の調査	50
7.4	まとめ	52
<b>第 8 章</b>	<b>スカーミオン MRAM のシミュレーション解析</b>	<b>53</b>
8.1	ナノピラー型モデルにおけるスカーミオン生成	53
8.2	三角形モデルにおけるスカーミオンのスピン電流駆動	56
8.2.1	三角形モデルにおける電流密度分布計算	56
8.2.2	三角形モデルにおけるスカーミオンのスピン電流駆動	59
8.3	まとめ	63
<b>第 9 章</b>	<b>まとめ</b>	<b>64</b>

# 第1章 はじめに

ここでは本研究の背景、目的および本論文の構成について述べる。まず本研究の背景では、現在の記憶装置における現状と問題点および本研究の対象であるスカーミオンを使ったメモリについて説明する。次に目的では、本研究での目的について説明する。最後に本論文の構成では、各章での事項について説明する。

## 1.1 本研究の背景

コンピュータで主に使われている記憶装置として主記憶装置 (メインメモリ) と補助記憶装置 (二次記憶装置) がある。通常、主記憶装置は半導体を使用した素子で構成されていて、補助記憶装置の一つであるハードディスクよりも高速に読み書きを行うことができる。現在使われている半導体メモリの一種である DRAM では、この素子は入力された情報を電荷として貯めておき読み出し時にデータを出力する際にはその電荷を外部へ出すことで情報を伝える。ここで、電源の供給がなくなった場合、素子に情報としての電荷を貯め続けることができなくなってしまうため、記憶を失ってしまう。このように電源の供給を常に必要としているメモリを揮発性メモリと呼ぶ。この素子を磁性体で構成したものが磁気抵抗メモリ (MRAM) である。MRAM における情報の記憶は「0」、「1」といった情報をそれぞれ対応した磁性体内部の磁化構造で表すことで実現している。磁性体を素子に用いることにより、電源の供給が無くなっても磁化構造は変化しないため、素子が情報を保持し続けることが可能となる。このようなメモリを揮発性メモリと対比して不揮発性メモリと呼ぶ。また、この性質により消費電力の削減も期待されている。しかしながら、現在の MRAM は DRAM よりも記憶容量が少なく、さらに記憶容量を増大させるため高密度化が課題となっている。このため、現在研究中の MRAM で用いられる磁化構造よりもさらに微小な磁化構造を用いることができれば、更なる高密度化が可能になる。

近年、スカーミオン構造と呼ばれる直径が 10 nm 程度の小さな磁化構造を用いることで MRAM の集積度を数百 Gbit/cm<sup>2</sup> まで上げられると考えられている。しかし、現在ではスカーミオンを生成するのに適した材質を把握できていない。また消費電力低減のためのスカーミオンの制御方法は、明確に確立されていない。

## 1.2 目的

MRAM にスカーミオンを利用するにはスカーミオンを生成するのに適した材質を用いる必要があるが、現在ではスカーミオンを生成するために適した材質を正確には把握できていない。スカーミオンの生成に適した材質を調べるためには、様々な材料定数の違う材質を作り出し、各材料を用いて実験を行わなければならない。また、MRAM を低消費電力で動作させるためのスカーミオン MRAM の動作方法を検討しなければならないが、その動作方法を検討する場合も各制御方法に対して実験を行わなければならない。このため実験によってスカーミオンの生成に適した材質やスカーミオン MRAM に適した制御方式を調べることは時間と費用がかかり非常に難しい。そこで実験の前にシミュレーションを行いスカーミオンの出現できる材料定数をあらかじめ調べておくことによって、適した材質に対してのおおよその見当がつくため、効率よく実験を進めることができる。しかし、複数

の材料定数を変化させて調査を行うには、シミュレーションに必要な時間が膨大になることが予想された。そこでシミュレーションで用いていたプログラムを GPU 化することによって高速化を行った。

スカーミオンの生成に適した条件を調査した後、得られた条件を用いてスカーミオンを MRAM として利用する方式について検討を行った。本研究で検討する方式は先行論文で提案された円盤素子に面直方向にスピン電流を印加する方式 [8] と本論文で新たに提案した三角形素子に面内方向にスピン電流を印加する方式である。そのスカーミオン MRAM の方式を図 1.1、図 1.2 に示す。

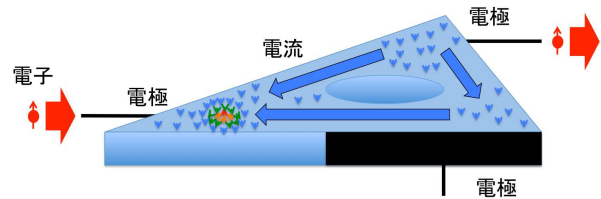
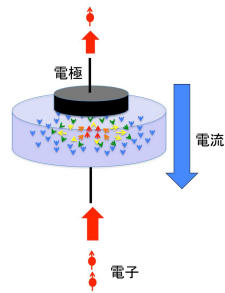


図 1.1: ナノピラースカーミオン MRAM 方式と電流

図 1.2: 三角形スカーミオン MRAM 方式と電流

円盤素子はスカーミオンの有無によって、情報を記憶させるが、三角形素子はスカーミオンを三角形の三つの頂点のいずれかに配置し、その位置で情報を記憶させる。ここで円盤素子と三角形素子と比較した場合、三角形素子には二つの利点が存在する。一つ目の利点は書き込める情報のビット数が円盤素子よりも多いことである。スカーミオン MRAM の方式と情報の記憶状態の関係を図 1.3、図 1.4 に示す。

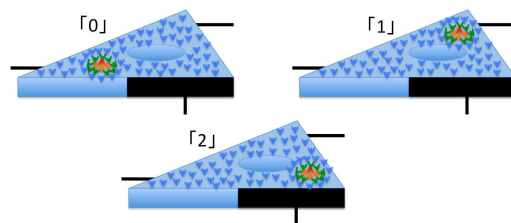
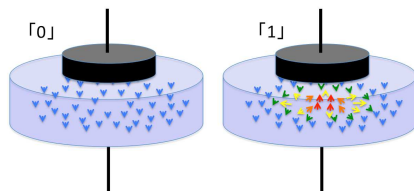


図 1.3: ナノピラースカーミオン MRAM 方式と情報の記憶状態

図 1.4: 三角形スカーミオン MRAM 方式と情報の記憶状態

円盤素子はスカーミオンの有無の二通りの状態で情報を記憶するため、書き込むことが可能な情報は「0」、「1」の二通りである。しかし三角形素子は三角形の各頂点におけるスカーミオンの存在の有無によって情報を記憶するため「0」、「1」、「2」の三通りの状態で書き込むことが可能となる。この時、円盤素子と三角形素子の大きさが同程度であれば三角形素子の方が単位面積当たりの情報量が増える。また、円盤素子では隙間なく素子を並べることができないが、三角形素子では素子を隙間なく並べることが可能である。隙間なく素子を並べることによって単位面積当たりの記憶密度を上げるこ

とができる。二つ目の利点は円盤素子よりも三角形素子の方が低消費電力での動作が見込めることである。円盤素子ではスカーミオンの有無という状態で情報を記憶させるため、スカーミオンを生成及び消滅させるためのエネルギーが必要となる。一方三角形素子では書き込み時にスカーミオンを各頂点に移動させるためのエネルギーが必要となる。このスカーミオンを移動させるためのエネルギーは磁化構造の急激な変化がないため、スカーミオンを生成及び消滅させて磁化構造を急激に変化させるエネルギーよりも小さいと考えられる。これより、円盤素子よりも三角形素子の方が低消費電力での動作が可能であると考えられる。ここで、三角形素子においてスカーミオンの生成及び消滅を行った場合、三頂点でそれぞれスカーミオンのある状態と無い状態の二通りの状態で書き込むことができるため、最大で八通り ( $2^3$ ) の状態で書き込めるメモリとなる。しかし、八通りの状態で書き込めるメモリではスカーミオンを移動させるためのエネルギーだけでなくスカーミオンの生成及び消滅を行うためのエネルギーが必要となってしまうため、三通りの状態で書き込めるメモリよりも消費電力が増加してしまう。これより三角形素子では三通りの状態で書き込めるメモリを対象とした。本研究ではこの円盤素子と三角形素子について動作電力を調査し比較することで、三角形素子と円盤素子の電力効率の比較を行った。

以上をまとめると本研究では、まずスカーミオン生成に適した条件をシミュレーションで調査し、次に得られた条件を用いてスカーミオン MRAM の動作方式の検討を行う。

### 1.3 本論文の構成

第2章はスカーミオン、GPU、マイクロマグネティックシミュレーションの基本的な事項について説明する。第3章は LLG 方程式を用いたマイクロマグネティックシミュレーションの計算方法について説明する。第4章は実験で使用した数理モデルについて説明する。第5章は GPU を用いたスカーミオンシミュレーションの高速化について説明する。第6章は予備実験の結果を示す。第7章はスカーミオン安定性についての実験結果を示す。第8章はスカーミオン MRAM のシミュレーション解析についての実験結果を示す。第9章は論文全体をまとめる。

## 第2章 基本事項

本章では本研究の基本的な用語について説明する。まず本研究ではシミュレーションを用いてスカーミオンの研究を行うために、本研究で用いたマイクロマグネティックシミュレーションについて述べる。続いて、研究対象であるスカーミオンについて述べる。最後に本研究でのシミュレーションの高速化に使用した GPU について述べる。

### 2.1 マイクロマグネティックシミュレーション

本研究ではマイクロマグネティックシミュレーションを用いて、スカーミオンの研究を行う。ここではマイクロマグネティックシミュレーションについての基本的な事項である原子磁気モーメントと Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式について述べる。

#### 2.1.1 マイクロマグネティックシミュレーション

マイクロマグネティックシミュレーションとは、シミュレーションによって磁性体内部の磁化構造やその変化を調べるための手法のことである。

#### 2.1.2 原子磁気モーメント

磁気モーメントとは磁極の対を表す物理量であり、単位は emu である。また、磁極の大きさを  $q$ 、距離を  $l$  とすると、その大きさが  $m = ql$  で向きが S 極 ( $-q$ ) から N 極 ( $+q$ ) の向きのベクトルで表される。原子磁気モーメントとは磁性体を原子レベルまで分割したときの磁気モーメントのことである。この原子磁気モーメントに様な磁界をかけると磁気モーメントは磁界と平行になるまで加えられた磁界を中心として回転運動する。また、単位体積あたりの原子磁気モーメントを磁化と呼ぶ。

#### 2.1.3 Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式

Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式 (LLG 方程式) とは磁界による原子磁気モーメントの運動を表す式である。

#### 2.1.4 実効磁界

原子磁気モーメントには様々なエネルギーが作用する。これらのエネルギーによる原子磁気モーメントへの効果は、エネルギーを磁界に換算することにより、磁界の効果として扱うことができる。このように実効的に原子磁気モーメントに加わる磁界は実効磁界と呼ばれる。本論文では実効磁界として、異方性磁界、交換磁界、静磁界、DMI 磁界を扱う。

### 2.1.5 異方性磁界

磁性体には結晶磁気異方性という性質を持つものがある。これは磁性体を構成する原子の重なり方により、磁化が特定の結晶軸を向く性質が現れることによるものである。ここで、原子磁気モーメントが向きやすい方向と平行になる軸を磁化容易軸と言う。代表的なものとしては磁化容易軸が一方向の一軸磁気異方性がある。本研究ではこの一軸磁気異方性の性質を持つ材質を使用する。異方性磁界とは、この異方性によって生じた異方性エネルギーを磁界に換算したものである。

### 2.1.6 交換磁界

交換エネルギーとは隣接する原子磁気モーメント間に働くエネルギーであり、隣接する原子磁気モーメントが平行に近いほど小さくなるエネルギーのことである。交換磁界とは交換エネルギーを磁界に換算したものである。

### 2.1.7 静磁界

静磁界とは原子磁気モーメントによって作り出された静磁エネルギーを磁界に換算したものである。

### 2.1.8 スピン電流

スピン電流 [19] [20] とは流れている電子のスピンの向きがそろっている電流のことである。

## 2.2 スカーミオン

スカーミオンとは磁気渦構造体の一種であり、1960年代、Tony Skyrme によって提唱された [2]。スカーミオンは元々、核物理学において核子を記述する概念であり、様々な分野で幅広く応用されている。2009年、MnSi の中でこの格子が実際に発見され、その後他の化合物でもローレンツ透過型電子顕微鏡によりその実空間イメージが観測された。

ここでは、まず本研究の対象であるスカーミオンの性質とそれを生成するのに必要な効果であるジャロシンスキー守谷相互作用について述べる。

### 2.2.1 スカーミオンの性質

はじめに、図 2.1 にスカーミオンの構造を示す。

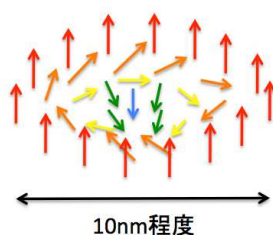


図 2.1: スカーミオンの構造



スカーミオンが規則正しく配列し、格子を形成している状態をスカーミオン格子状態という。その渦は境界部が存在しているため粒子の性質を持ち、その直径が 10 nm 程度となる。この性質を利用することでスカーミオンを用いた超高密度の磁気デバイスを実現する可能性がある。例えば、このスカーミオンを磁気抵抗メモリに活用することでメモリの容量を上げられると考えられる。

現在のところ主に極低温の超薄膜でスカーミオンが観察されており [3]、室温でスカーミオンが出現する条件の調査が課題となっている。

### 2.2.2 ジャロシンスキー守谷相互作用

前述の超薄膜中で現れる効果としてジャロシンスキー守谷相互作用 (DMI) [8] がある。この効果は反対称交換相互作用とも呼ばれ、たとえば特定の異なる物質が接している境界付近に働く効果であり、これによりねじれた磁化構造が出現しやすくなる。そして、薄膜であるほど、また低温であるほどその効果は強くなる。これらのことから、DMI 効果によって薄膜の材質で低温の条件においてねじれ構造であるスカーミオンが出現しやすくなっている。常温においてもスカーミオンを生成するためには、スカーミオンの出現できる程度の DMI が働く適切な条件を調べる必要がある。

### 2.2.3 DMI 磁界

DMI 磁界とは、DMI 効果によって生じたエネルギーを磁界として換算したものである。

## 2.3 エネルギー均衡性

MRAM では「0」と「1」に対応する二つの磁化構造を利用するが、両者のエネルギーが極端に異なる場合、片方の状態が不安定となるために、メモリとして使用できない。このため、二状態のエネルギーが同程度であること (エネルギー均衡性) が必要となる。

## 2.4 熱安定性

MRAM 内部の情報は熱エネルギーの影響によって変化してしまう場合がある。そのため MRAM 内部の情報を保つためには熱エネルギーの影響を受けても安定に動作させることが重要である。そこで、熱エネルギーに対する安定性を評価するために熱安定性 [16] [17] [18] という指標がある。MRAM の熱安定性が高いほど、MRAM 内部の情報を長期間の保持が可能となる。よって、MRAM を実現するためには熱安定性を高める必要がある。

## 2.5 GPU と高速演算

Graphics Processing Unit (GPU) [14] は一般的に画像処理を目的とされた演算装置である。もともと GPU は単に 2D グラフィックスを出力するだけであったが、現在に至まで様々な拡張と高速化がなされた。この高速化によって、GPU が画像処理以外で使用されるようになり、その技術を GPGPU (General-purpose computing on GPU) [14] と呼ぶ。NVIDIA が提供する GPU 向けの C 言語の統合開発環境に CUDA [14] があり、本研究ではこれを用いてシミュレーションを行う。

# 第3章 LLG 方程式を用いたマイクロマグネティックシミュレーション

本章では前章で述べたマイクロマグネティックシミュレーションの計算方法について説明する。まず LLG 方程式を解くために LLG 方程式の数値解法について説明する。続いて LLG 方程式での計算で使用する実効磁界の計算方法について説明する。最後に GPU プログラミングについて説明する。

## 3.1 マイクロマグネティックモデル

本研究で用いたマイクロマグネティックモデルの離散化モデルは原子磁気モーメントを格子状に並べることで作成した。その様子を図 3.1 に示す。

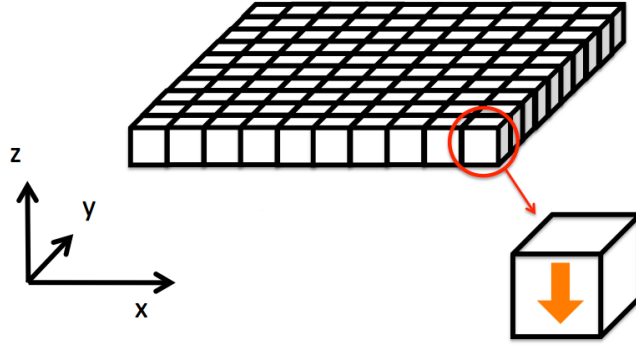


図 3.1: 本研究での離散化モデル

## 3.2 LLG 方程式の数値解法

### 3.2.1 原子磁気モーメントと LLG 方程式

LLG 方程式は式 (3.1) で表される。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{M}} &= -|\gamma|\mathbf{M} \times \mathbf{H} + \frac{\alpha}{M}\mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}} \\ M &= M_s\end{aligned}\tag{3.1}$$

$\gamma$ : 磁気回転比

$\alpha$ : 損失定数

$\mathbf{M}$ : 原子磁気モーメント

$\mathbf{H}$ : 磁界

$M_s$ : 飽和磁化

ここで式 (3.1) は両辺に  $\dot{M}$  が含まれていることによりシミュレーションでは使用することができ

ないため、式 (3.1) を式変形することでシミュレーションで使えるようにした。まず、式 (3.1) に対して  $\mathbf{M} = M\mathbf{m}$  を代入し、式 (3.1) の係数をまとめる。

$$\dot{\mathbf{m}} = -\gamma\mathbf{m} \times \mathbf{H} + \alpha\mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{m} + \beta\mathbf{m} \times [(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{m}] - \tau^{-1}g(\theta)\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{p}}) \quad (3.7)$$

式 (3.7) の右辺における  $\mathbf{m} \times \mathbf{H}$  と  $\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{p}})$  の項をまとめる。

$$\dot{\mathbf{m}} = -\gamma\mathbf{m} \times \left( \mathbf{H} - \frac{\tau^{-1}g(\theta)}{\gamma}\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{p}} \right) + \alpha\mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{m} + \beta\mathbf{m} \times [(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{m}] \quad (3.8)$$

式 (3.8) の右辺において、 $\mathbf{H} - \frac{\tau^{-1}g(\theta)}{\gamma}\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{p}} = \tilde{\mathbf{H}}$  とする。

$$\dot{\mathbf{m}} = -\gamma\mathbf{m} \times \tilde{\mathbf{H}} + \alpha\mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{m} + \beta\mathbf{m} \times [(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{m}] \quad (3.9)$$

式 (3.9) の右辺のベクトル  $\mathbf{u}$  を成分毎に分解する。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{m}} &= -\gamma\mathbf{m} \times \tilde{\mathbf{H}} + \alpha\mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} \\ &\quad -u_x \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} - u_y \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} - u_z \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \\ &\quad + \beta u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \beta u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \beta u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

式 (3.10) の両辺に左から  $\mathbf{m}$  をかけ、その右辺を整理する。

$$\begin{aligned} \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} &= -\gamma\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \tilde{\mathbf{H}}) + \alpha\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}}) \\ &\quad -u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) - u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) - u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \\ &\quad + \beta u_x \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \beta u_y \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \beta u_z \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

式 (3.11) の右辺を変形する。

$$\begin{aligned} \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} &= -\gamma\{(\tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{m})\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{H}}\} - \alpha\dot{\mathbf{m}} \\ &\quad -u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) - u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) - u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \\ &\quad + \beta u_x \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \beta u_y \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \beta u_z \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \end{aligned} \quad (3.12)$$

式 (3.12) を式 (3.10) に代入した。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{m}} &= -\gamma\mathbf{m} \times \tilde{\mathbf{H}} + \alpha[-\gamma\{(\tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{m})\mathbf{m} - \tilde{\mathbf{H}}\} - \alpha\dot{\mathbf{m}} \\ &\quad -u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) - u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) - u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \\ &\quad + \beta u_x \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \beta u_y \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \beta u_z \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z})] \\ &\quad -u_x \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} - u_y \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} - u_z \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \\ &\quad + \beta u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \beta u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \beta u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

式 (3.13) の右辺を整理する。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{m}} = & -\gamma \mathbf{m} \times \tilde{\mathbf{H}} - \alpha \gamma \{(\tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{m}) \mathbf{m} - \tilde{\mathbf{H}}\} - \alpha^2 \dot{\mathbf{m}} \\
& -\alpha u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) - \alpha u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) - \alpha u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \\
& +\alpha \beta u_x \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \alpha \beta u_y \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \alpha \beta u_z \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \\
& -u_x \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} - u_y \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} - u_z \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \\
& +\beta u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \beta u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \beta u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z})
\end{aligned} \tag{3.14}$$

式 (3.14) の左辺に  $\dot{\mathbf{m}}$  の項をまとめる。

$$\begin{aligned}
(1 + \alpha^2) \dot{\mathbf{m}} = & -\gamma \mathbf{m} \times \tilde{\mathbf{H}} - \alpha \gamma \{(\tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{m}) \mathbf{m} - \tilde{\mathbf{H}}\} \\
& -\alpha u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) - \alpha u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) - \alpha u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \\
& +\alpha \beta u_x \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \alpha \beta u_y \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \alpha \beta u_z \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \\
& -u_x \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} - u_y \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} - u_z \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \\
& +\beta u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \beta u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \beta u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z})
\end{aligned} \tag{3.15}$$

式 (3.16) の両辺に  $1 + \alpha^2$  で割る。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{m}} = & \frac{1}{1 + \alpha^2} [-\gamma \mathbf{m} \times \tilde{\mathbf{H}} - \alpha \gamma \{(\tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{m}) \mathbf{m} - \tilde{\mathbf{H}}\} \\
& -\alpha u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) - \alpha u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) - \alpha u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \\
& +\alpha \beta u_x \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \alpha \beta u_y \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \alpha \beta u_z \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z}) \\
& -u_x \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} - u_y \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} - u_z \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \\
& +\beta u_x (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x}) + \beta u_y (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}) + \beta u_z (\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z})]
\end{aligned} \tag{3.16}$$

### 3.2.2 オイラー法

続いて、LLG 方程式などの常微分方程式の解を求めるための手法であるオイラー法について述べる。まず、微分方程式は式 (3.17) で表される。

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \tag{3.17}$$

$y$  の時間変化を調べるためには  $y(t)$  から  $y(t + \Delta t)$  を求める必要がある。式 (3.17) の  $y$  に対してのテイラー展開は式 (3.18) と表される。

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \frac{dy(t)}{dt} \Delta t + \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \frac{(\Delta t)^2}{2} + \dots \tag{3.18}$$

式 (3.18) において  $\Delta t$  が小さい場合、1 次の項まで考慮すると、式 (3.19) で表される。

$$y(t + \Delta t) \simeq y(t) + \frac{dy(t)}{dt} \Delta t \tag{3.19}$$

式 (3.19) に式 (3.17) を代入する。

$$y(t + \Delta t) \simeq y(t) + (\Delta t)f(t, y) \quad (3.20)$$

この式 (3.20) によって  $y(t + \Delta t)$  を求める方法をオイラー法と呼ぶ。オイラー法を LLG 方程式に適用した場合、 $y = \mathbf{m}$  とする。また、式 (3.16) に対して  $f$  を用いて表す。

$$\dot{\mathbf{m}} = f(t, \mathbf{m}) (= \tilde{f}(t, \mathbf{m}, \mathbf{H}, \mathbf{u}, \hat{\mathbf{p}})) \quad (3.21)$$

式 (3.21) より、 $\Delta \mathbf{m}(t)$  は式 (3.22) を用いて求める。

$$\Delta \mathbf{m}_i(t) = \Delta t \cdot f(t, \mathbf{m}_i(t)) \quad (3.22)$$

このオイラー法の計算の精度は 1 次であるため、精度の良い計算を行うためには時間刻みを小さくしなければならない。しかし、時間刻みを下げた場合、シミュレーションにおける計算時間が大幅に増えてしまう。

### 3.2.3 4 次のルンゲクッタ法

本研究では、オイラー法の計算精度を改善するため計算精度が 4 次である 4 次のルンゲクッタ法 (RK4) を用いた。RK4 の計算手順は次のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_i(t + dt) &= \mathbf{m}_i(t) + \frac{1}{6}(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4) \\ \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{k}_1 &= \Delta t \cdot f(t, \mathbf{m}(t)) \\ \mathbf{k}_2 &= \Delta t \cdot f(t + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{m}(t) + \frac{\mathbf{k}_1}{2}) \\ \mathbf{k}_3 &= \Delta t \cdot f(t + \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{m}(t) + \frac{\mathbf{k}_2}{2}) \\ \mathbf{k}_4 &= \Delta t \cdot f(t + \Delta t, \mathbf{m}(t) + \mathbf{k}_3) \end{array} \right. \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{k}_1 \sim \mathbf{k}_4$  の計算においてオイラー法を用いる。

## 3.3 実効磁界の計算方法

第 2 章で説明した実効磁界は本研究において式 (3.23) として計算した。

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^A + \mathbf{H}^K + \mathbf{H}^D + \mathbf{H}^{DMI} \quad (3.23)$$

$\mathbf{H}^A$  : 交換磁界

$\mathbf{H}^K$  : 異方性磁界

$\mathbf{H}^D$  : 静磁界

$\mathbf{H}^{DMI}$  : DMI 磁界

式 (3.23) よりこの実効磁界を計算するためには交換磁界、異方性磁界、静磁界、DMI 磁界を求めなければならない。次に、図 3.1 の離散化に基づいてこれらの磁界について説明する。

### 3.3.1 交換磁界

交換磁界は、交換エネルギーを変分して求めることができる。ここで交換エネルギー  $\epsilon^A$  は式 (3.24) で表される。

$$\begin{aligned}
\varepsilon^A &= A(\nabla \mathbf{m})^2 \\
&= A \begin{bmatrix} \nabla m_x \\ \nabla m_y \\ \nabla m_z \end{bmatrix}^2 \\
&= A\{(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2\} \\
&= A \left\{ \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_z}{\partial x} \right)^2 \right. \\
&\quad + \left( \frac{\partial m_x}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_z}{\partial y} \right)^2 \\
&\quad \left. + \left( \frac{\partial m_x}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_y}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_z}{\partial z} \right)^2 \right\}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

ここで  $A$  は交換スティフネス定数である。そして式 (3.24) を変分することによって交換磁界を求める。

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}^A &= -\frac{\delta \varepsilon^A}{\delta \mathbf{M}} \\
&= -\frac{1}{M_s} \frac{\delta \varepsilon^A}{\delta \mathbf{m}}
\end{aligned} \tag{3.25}$$

式 (3.25) を  $x, y, z$  成分ごとに分解する。

$$H_x^A = \frac{1}{M_s} \left( -\frac{\partial \varepsilon^A}{\partial m_x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varepsilon^A}{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon^A}{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon^A}{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial z} \right)} \right) \right) \tag{3.26}$$

$$H_y^A = \frac{1}{M_s} \left( -\frac{\partial \varepsilon^A}{\partial m_y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varepsilon^A}{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon^A}{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon^A}{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial z} \right)} \right) \right) \tag{3.27}$$

$$H_z^A = \frac{1}{M_s} \left( -\frac{\partial \varepsilon^A}{\partial m_z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varepsilon^A}{\partial \left( \frac{\partial m_z}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon^A}{\partial \left( \frac{\partial m_z}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon^A}{\partial \left( \frac{\partial m_z}{\partial z} \right)} \right) \right) \tag{3.28}$$

式 (3.26),(3.27),(3.28) に式 (3.24) を代入し、式を整理すると式 (3.29),(3.30),(3.31) と表される。

$$H_x^A = \frac{2A}{M_s} \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{2A}{M_s} \frac{\partial^2 m_x}{\partial y^2} + \frac{2A}{M_s} \frac{\partial^2 m_x}{\partial z^2} \tag{3.29}$$

$$H_y^A = \frac{2A}{M_s} \frac{\partial^2 m_y}{\partial x^2} + \frac{2A}{M_s} \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + \frac{2A}{M_s} \frac{\partial^2 m_y}{\partial z^2} \tag{3.30}$$

$$H_z^A = \frac{2A}{M_s} \frac{\partial^2 m_z}{\partial x^2} + \frac{2A}{M_s} \frac{\partial^2 m_z}{\partial y^2} + \frac{2A}{M_s} \frac{\partial^2 m_z}{\partial z^2} \tag{3.31}$$

この式 (3.29),(3.30),(3.31) の偏微分を 2 次の中心差分より式 (3.32) から式 (3.40) とした。ここで  $i, j, k$  は  $x, y, z$  軸に対応する離散化した際の添え字である。

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = \frac{m_{x_{i+1}} - 2m_{x_i} + m_{x_{i-1}}}{(\Delta x)^2} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial^2 m_y}{\partial x^2} = \frac{m_{y_{i+1}} - 2m_{y_i} + m_{y_{i-1}}}{(\Delta x)^2} \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial^2 m_z}{\partial x^2} = \frac{m_{z_{i+1}} - 2m_{z_i} + m_{z_{i-1}}}{(\Delta x)^2} \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial y^2} = \frac{m_{x_{j+1}} - 2m_{x_j} + m_{x_{j-1}}}{(\Delta y)^2} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = \frac{m_{y_{j+1}} - 2m_{y_j} + m_{y_{j-1}}}{(\Delta y)^2} \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial^2 m_z}{\partial y^2} = \frac{m_{z_{j+1}} - 2m_{z_j} + m_{z_{j-1}}}{(\Delta y)^2} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial z^2} = \frac{m_{x_{k+1}} - 2m_{x_k} + m_{x_{k-1}}}{(\Delta z)^2} \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial^2 m_y}{\partial z^2} = \frac{m_{y_{k+1}} - 2m_{y_k} + m_{y_{k-1}}}{(\Delta z)^2} \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial^2 m_z}{\partial z^2} = \frac{m_{z_{k+1}} - 2m_{z_k} + m_{z_{k-1}}}{(\Delta z)^2} \quad (3.40)$$

式 (3.32) から式 (3.40) を式 (3.29) から式 (3.31) に代入すると、交換磁界は式 (3.41) で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^A = \frac{2A}{M_s} \frac{1}{(\Delta x)^2} \begin{bmatrix} m_{x_{i+1}} - 2m_{x_i} + m_{x_{i-1}} \\ m_{y_{i+1}} - 2m_{y_i} + m_{y_{i-1}} \\ m_{z_{i+1}} - 2m_{z_i} + m_{z_{i-1}} \end{bmatrix} &+ \frac{2A}{M_s} \frac{1}{(\Delta y)^2} \begin{bmatrix} m_{x_{j+1}} - 2m_{x_j} + m_{x_{j-1}} \\ m_{y_{j+1}} - 2m_{y_j} + m_{y_{j-1}} \\ m_{z_{j+1}} - 2m_{z_j} + m_{z_{j-1}} \end{bmatrix} \\ &+ \frac{2A}{M_s} \frac{1}{(\Delta z)^2} \begin{bmatrix} m_{x_{k+1}} - 2m_{x_k} + m_{x_{k-1}} \\ m_{y_{k+1}} - 2m_{y_k} + m_{y_{k-1}} \\ m_{z_{k+1}} - 2m_{z_k} + m_{z_{k-1}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.41)$$

### 3.3.2 異方性磁界

異方性磁界は、異方性によって生じた異方性エネルギーを変分して求めることができる。 $z$  軸が磁化容易軸である場合の一軸磁気異方性によるエネルギーは式 (3.42) で表される。

$$\varepsilon^K = K_u(1 - m_z^2) \quad (3.42)$$

ここで  $K_u$  は異方性定数である。そして式 (3.42) を変分することによって異方性磁界を求める。

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^K &= -\frac{\delta \varepsilon^K}{\delta \mathbf{M}} \\ &= -\frac{1}{M_s} \frac{\delta \varepsilon^K}{\delta \mathbf{m}} \end{aligned} \quad (3.43)$$

式 (3.43) を  $x, y, z$  成分ごとに分解する。

$$H_x^K = \frac{1}{M_s} \left( -\frac{\partial \varepsilon^K}{\partial m_x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varepsilon^K}{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon^K}{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon^K}{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial z} \right)} \right) \right) \quad (3.44)$$



$$H_y^K = \frac{1}{M_s} \left( -\frac{\partial \varepsilon^K}{\partial m_y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varepsilon^K}{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon^K}{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon^K}{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial z} \right)} \right) \right) \quad (3.45)$$

$$H_z^K = \frac{1}{M_s} \left( -\frac{\partial \varepsilon^K}{\partial m_z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varepsilon^K}{\partial \left( \frac{\partial m_z}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon^K}{\partial \left( \frac{\partial m_z}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon^K}{\partial \left( \frac{\partial m_z}{\partial z} \right)} \right) \right) \quad (3.46)$$

式 (3.44),(3.45),(3.46) に式 (3.42) を代入し、式を整理すると式 (3.47),(3.48),(3.49) と表される。

$$H_x^K = 0 \quad (3.47)$$

$$H_y^K = 0 \quad (3.48)$$

$$H_z^K = \frac{2K_u}{M_s} m_z \quad (3.49)$$

この式 (3.47),(3.48),(3.49) より異方性磁界は式 (3.50) で表される。

$$\mathbf{H}^K = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2K_u}{M_s} m_z \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

### 3.3.3 DMI 磁界

DMI 磁界は DMI 効果によるエネルギーを変分して求めることができる。DMI エネルギー [12] は式 (3.51) で表される。

$$\varepsilon^{DMI} = -\mathbf{D}_{ij} \cdot (\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j) \quad (3.51)$$

式 (3.51) の  $\mathbf{D}$  は DMI 定数であり、その値はねじれの強さを表す。式 (3.51) より隣接している磁気モーメントがねじれている方がエネルギーは低くなる。式 (3.51) より、薄膜における DMI エネルギーは式 (3.52) となる。

$$\varepsilon^{DMI} = D \left[ \left( m_x \frac{\partial m_z}{\partial x} - m_z \frac{\partial m_x}{\partial x} \right) + \left( m_y \frac{\partial m_z}{\partial y} - m_z \frac{\partial m_y}{\partial y} \right) \right] \quad (3.52)$$

そして式 (3.52) を変分することによって DMI 磁界を求める。

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{DMI} &= -\frac{\delta \varepsilon^{DMI}}{\delta \mathbf{M}} \\ &= -\frac{1}{M_s} \frac{\delta \varepsilon^{DMI}}{\delta \mathbf{m}} \end{aligned} \quad (3.53)$$

式 (3.53) を  $x, y, z$  成分ごとに分解する。

$$H_x^{DMI} = \frac{1}{M_s} \left( -\frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial m_x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial z} \right)} \right) \right) \quad (3.54)$$

$$H_y^{DMI} = \frac{1}{M_s} \left( -\frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial m_y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial z} \right)} \right) \right) \quad (3.55)$$

$$H_z^{DMI} = \frac{1}{M_s} \left( -\frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial m_z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial \left( \frac{\partial m_z}{\partial x} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial \left( \frac{\partial m_z}{\partial y} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \varepsilon^{DMI}}{\partial \left( \frac{\partial m_z}{\partial z} \right)} \right) \right) \quad (3.56)$$

式 (3.54),(3.55),(3.56) に式 (3.52) を代入し、式を整理すると式 (3.57),(3.58),(3.59) と表される。

$$H_x^{DMI} = -\frac{2D}{M_s} \frac{\partial m_z}{\partial x} \quad (3.57)$$

$$H_y^{DMI} = -\frac{2D}{M_s} \frac{\partial m_z}{\partial y} \quad (3.58)$$

$$H_z^{DMI} = \frac{2D}{M_s} \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} \right) \quad (3.59)$$

この式 (3.57),(3.58),(3.59) を  $\frac{\partial}{\partial x} m_x$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} m_y$ ,  $\frac{\partial}{\partial x} m_z$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} m_z$  について 2 次の中心差分より式 (3.60) から式 (3.63) とした。ここで  $i, j$  は  $x, y$  軸に対応する離散化した際の添え字である。

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} = \frac{m_{x_{i+1}} - m_{x_{i-1}}}{2\Delta x} \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial y} = \frac{m_{y_{j+1}} - m_{y_{j-1}}}{2\Delta y} \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial x} = \frac{m_{z_{i+1}} - m_{z_{i-1}}}{2\Delta x} \quad (3.62)$$

$$\frac{\partial m_z}{\partial y} = \frac{m_{z_{j+1}} - m_{z_{j-1}}}{2\Delta y} \quad (3.63)$$

となる。これより、式 (3.60) から式 (3.63) を式 (3.53) に代入すると、DMI 磁界は式 (3.64) で表される。

$$\mathbf{H}^{DMI} = \frac{D}{M_s} \left[ \begin{array}{c} -\frac{m_{z_{i+1}} - m_{z_{i-1}}}{\Delta x} \\ -\frac{m_{z_{j+1}} - m_{z_{j-1}}}{\Delta y} \\ \frac{m_{x_{i+1}} - m_{x_{i-1}}}{\Delta x} + \frac{m_{y_{j+1}} - m_{y_{j-1}}}{\Delta y} \end{array} \right] \quad (3.64)$$

### 3.3.4 静磁界

静磁エネルギーは式 (3.65) で表される。式 (3.65) は静磁界の発生源に対する反作用も含めたエネルギーとなっている。静磁界の発生源に対する反作用を考慮した場合、全静磁エネルギーは半分にする必要がある。

$$\begin{aligned} \varepsilon^D &= -\frac{1}{2} M_s \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}^D \\ &= -\frac{1}{2} M_s (m_x H_x^D + m_y H_y^D + m_z H_z^D) \end{aligned} \quad (3.65)$$

静磁界を求める際、計算で想定する構造によって求め方が変わる。そのため、本論文では静磁界を 2 つの方法で計算した。1 つ目は Local dipolar approximation であり、1 次元モデルにおいて近似的に使用できる方法である。2 つ目は Explicit dipolar calculation であり、静磁界を近似的に計算できないモデルの場合に使用される方法である。その 2 つの方法を図 3.3 で示す。

### Local dipolar approximation



### Explicit dipolar calculation

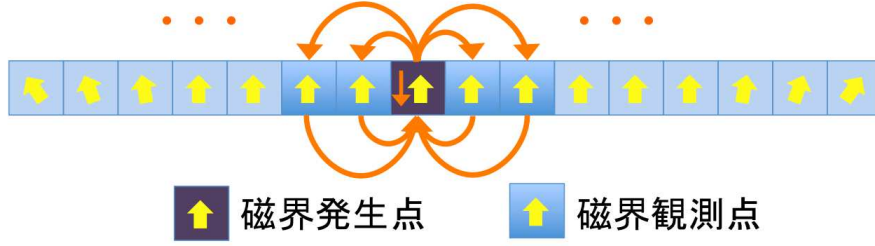


図 3.3: 2 つの静磁界の計算方法

### Local dipolar approximation

Local dipolar approximation では、磁気モーメントによって作られる静磁界は、その磁気モーメントにしか加わらないと仮定する。また、 $x$  及び  $y$  方向の静磁界は影響しないものとし、 $z$  方向の静磁界のみが出現すると仮定する。これらより、静磁界を  $\mathbf{H}^D$  とすると式 (3.66) とみなすことができる。

$$\mathbf{H}^D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4\pi M_s m_{z_i} \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

### Explicit dipolar calculation

続いて、静磁界を近似的に計算できない場合において、静磁界を求める方法について説明する。一つの計算セル内では磁気モーメントは全て同じ方向を向くと仮定する。これによって、計算領域内に現れる磁荷は全て、計算セルの表面に現れることになる。一つの計算点での静磁界は、計算領域内の全ての磁荷が、観測点に作り出す静磁界の和として求めることができる。次に直方体セルの表面に現れる磁荷が作り出す静磁界を求める。

計算領域内の一つの計算セルと磁界観測点との関係は図 3.4 で表される。計算セルの各面は  $x-y$ 、 $y-z$ 、 $x-z$  面にそれぞれ平行であるとする。計算セルの各面は、それぞれ面密度  $\pm M_x, \pm M_y$  および  $\pm M_z$  で磁荷が分布しているものとする。これらの 6 つの面を  $y-z$  面に平行な面、 $x-z$  面に平行な面および  $x-y$  面に平行な面に分け、それぞれの面に現れる磁荷が観測点に作る静磁界を求める。

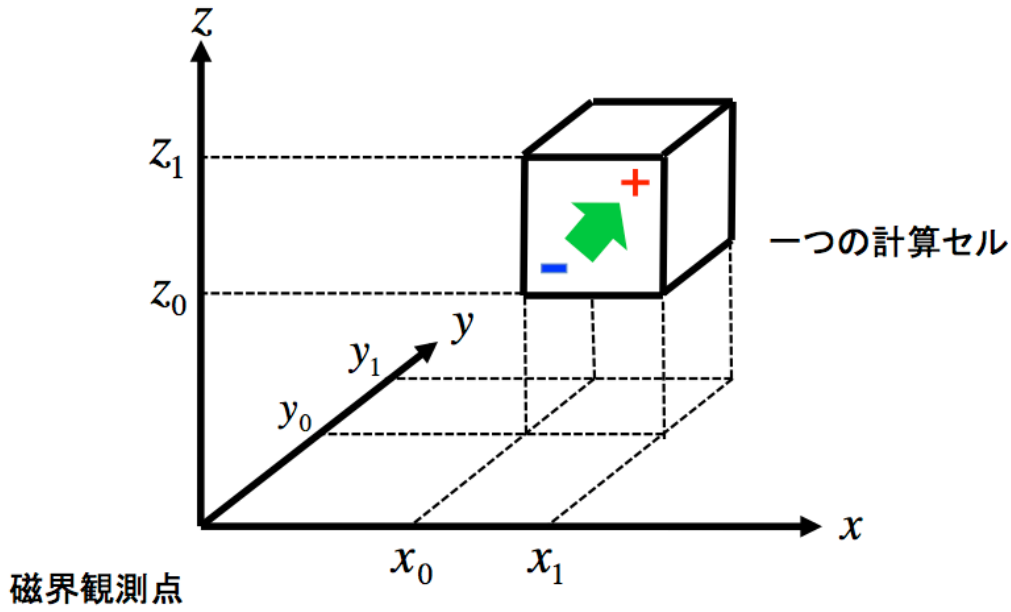


図 3.4: 静磁界の計算セル

まず、 $y-z$ 面に平行な右側の面を考える。観測点から  $(x_1, y, z)$  離れたこの面上の微小領域が観測点に作り出す磁界は、式 (3.67) で表される。

$$\Delta \mathbf{H} = -\frac{M_x}{r^2} \begin{bmatrix} \frac{x_1}{r} \Delta y \Delta z \\ \frac{y}{r} \Delta y \Delta z \\ \frac{z}{r} \Delta y \Delta z \end{bmatrix}, \quad r = \sqrt{x_1^2 + y^2 + z^2} \quad (3.67)$$

対象とする面上の磁荷が観測点に作り出す磁界は、これらの磁界を扱う面にわたって積分することによって求められる。

$$\Delta H_x = \int_{z_0}^{z_1} \int_{y_0}^{y_1} \Delta H_x, \quad \Delta H_y = \int_{z_0}^{z_1} \int_{y_0}^{y_1} \Delta H_y, \quad \Delta H_z = \int_{z_0}^{z_1} \int_{y_0}^{y_1} \Delta H_z \quad (3.68)$$

同様に  $y-z$ 面に平行な左側の面上の磁荷が観測点に作り出す磁界を求め、式 (3.68) をまとめる。同様の操作を  $x-z$ 面に平行な面と  $x-y$ 面に平行な面で行い、それぞれをまとめると、計算セル上の磁荷が観測点に作り出す磁界は式 (3.69) で表される。

$$\mathbf{H}^D = \begin{bmatrix} q_{xx} \cdot m_x + q_{xy} \cdot m_y + q_{xz} \cdot m_z \\ q_{xy} \cdot m_x + q_{yy} \cdot m_y + q_{yz} \cdot m_z \\ q_{xz} \cdot m_x + q_{yz} \cdot m_y + q_{zz} \cdot m_z \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

静磁界係数  $q_{xx}, q_{yy}, q_{zz}, q_{xy}, q_{xz}, q_{yz}$  は飽和磁化  $M_s$  と、セルサイズ並びにセルとセルと観測点の距離による項である。今回の計算では、各計算セルは同じ大きさであり、同じ間隔で規則的に並んでいるために、ある計算点を他の計算点に作り出す静磁界を求めるために使う静磁界係数は、これらの点の間隔だけで決まる。このことより第  $(i, j)$  番目の計算点での静磁界は、式 (3.70), 式 (3.71), 式 (3.72)

で表される。

$$H_x^D(i, j) = \sum_{i_s=1}^{n_x} \sum_{j_s=1}^{n_y} [q_{xx}(i_s-i, j_s-j) \cdot m_x(i_s, j_s) + q_{xy}(i_s-i, j_s-j) \cdot m_y(i_s, j_s) + q_{xz}(i_s-i, j_s-j) \cdot m_z(i_s, j_s)] \quad (3.70)$$

$$H_y^D(i, j) = \sum_{i_s=1}^{n_x} \sum_{j_s=1}^{n_y} [q_{xy}(i_s-i, j_s-j) \cdot m_x(i_s, j_s) + q_{yy}(i_s-i, j_s-j) \cdot m_y(i_s, j_s) + q_{yz}(i_s-i, j_s-j) \cdot m_z(i_s, j_s)] \quad (3.71)$$

$$H_z^D(i, j) = \sum_{i_s=1}^{n_x} \sum_{j_s=1}^{n_y} [q_{xz}(i_s-i, j_s-j) \cdot m_x(i_s, j_s) + q_{yz}(i_s-i, j_s-j) \cdot m_y(i_s, j_s) + q_{zz}(i_s-i, j_s-j) \cdot m_z(i_s, j_s)] \quad (3.72)$$

ここで  $n_x, n_y$  はそれぞれ  $x$  および  $y$  方向の計算点の数である。静磁界は計算セルの表面から発生するものと考えて、発生した静磁界は計算セルの中心で観測するものと考えた場合、観測を行っている計算セルがセルの中心しか考慮していないため本研究で用いるような直方体の計算セルでは観測される静磁界と異なってしまう。このため、静磁界を観測しているセル内部に作られる静磁界の平均値とすると静磁界の計算精度が良くなる。[9] [10] 静磁界を観測しているセル内部に作られる静磁界の平均値は式 (3.73), 式 (3.80) によって表される。

$$\begin{aligned} F_1(X, Y, Z) = & XYZ \tan^{-1} \left( \frac{YZ}{XD} \right) + \frac{1}{2} Y(Z^2 - X^2) \ln |D - Y| \\ & + \frac{1}{2} Z(Y^2 - X^2) \ln |D - Z| + \frac{1}{6} (Y^2 + Z^2 - 2X^2) D \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$\begin{aligned} F_2(Z, X, Y) = & -XYZ \ln |D + Z| + \frac{1}{6} Y(Y^2 - 3Z^2) \ln |D + X| + \frac{1}{6} X(X^2 - 3Z^2) \ln |D + Y| \\ & + \frac{1}{2} X^2 Z \tan^{-1} \left( \frac{YZ}{XD} \right) + \frac{1}{2} Y^2 Z \tan^{-1} \left( \frac{XZ}{YD} \right) + \frac{1}{6} Z^3 \tan^{-1} \left( \frac{XY}{ZD} \right) + \frac{1}{3} XYD \end{aligned} \quad (3.74)$$

ここで、 $D = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$  とする。式 (3.73), 式 (3.74) を用いて  $q_{xx}, q_{yy}, q_{zz}, q_{xy}, q_{xz}, q_{yz}$  を求める。

$$q_{xx} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 ((-1)^{i-j+k-1} sn(i) sn(j) sn(k) \cdot F_1(x + ax(i), y + ay(j), z + az(k))) \quad (3.75)$$

$$q_{yy} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 ((-1)^{i-j+k-1} sn(i) sn(j) sn(k) \cdot F_1(y + ay(j), z + az(k), x + ax(i))) \quad (3.76)$$

$$q_{zz} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 ((-1)^{i-j+k-1} sn(i) sn(j) sn(k) \cdot F_1(z + az(k), x + ax(i), y + ay(j))) \quad (3.77)$$

$$q_{xy} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 ((-1)^{i-j+k-1} sn(i) sn(j) sn(k) \cdot F_2(z + az(k), x + ax(i), y + ay(j))) \quad (3.78)$$

$$q_{xz} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 ((-1)^{i-j+k-1} sn(i) sn(j) sn(k) \cdot F_2(y + ay(j), z + az(k), x + ax(i))) \quad (3.79)$$

$$q_{yz} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 ((-1)^{i-j+k-1} sn(i)sn(j)sn(k) \cdot F_2(x+ax(i), y+ay(j), z+az(k))) \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} ax(1) &= -ddx, ax(2) = 0, ax(3) = ddx \\ ay(1) &= -ddy, ay(2) = 0, ay(3) = ddy \\ az(1) &= -ddz, az(2) = 0, az(3) = ddz \\ sn(1) &= 1, sn(2) = 2, sn(3) = 1 \end{aligned}$$

ここで、 $ddx, ddy, ddz$  は計算セルの各座標軸における長さである。

全ての計算点で静磁界を求める計算を行うには、 $q_{xx(i,j)}, q_{yy(i,j)}, q_{zz(i,j)}, q_{xy(i,j)}, q_{xz(i,j)}, q_{yz(i,j)}$ ,  $i = -n_x + 1, \dots, n_x - 1, j = -n_y + 1, \dots, n_y - 1$  の約  $4 \times n_x \times n_y$  組みの静磁界係数が必要となる。しかしながら静磁界係数の対称性を利用すれば、実際には、その  $1/4$  の  $n_x \times n_y$  組みだけ求めておけば十分である。

また式 (3.70), 式 (3.71), 式 (3.72) より、一つのセルに対して磁界を求めるには、 $n$  回の計算が必要となっている。これより静磁界を求めるための計算時間は計算点の二乗に比例している。これは実効磁界の計算において最も時間がかかるものである。式 (3.70), 式 (3.71), 式 (3.72) のような計算を Convolution 演算という。

### Convolution 演算における静磁界計算の高速化

前述のように、静磁界より計算時間が計算点の二乗に比例するため、計算点数の多いシミュレーションは現実的に不可能になってしまう。そこで静磁界計算で現れる Convolution 演算において FFT [15] を用いることで高速化を行った。フーリエ変換とは計算したいデータを周波数の成分に変換することであり、この変換を行うことで Convolution 演算の計算回数を減らすことが可能となる。このフーリエ変換を計算機上で行えるようにしたものが DFT であり、それを高速化したものが FFT である。図 3.5 で FFT を用いた Convolution 演算の流れを示す。

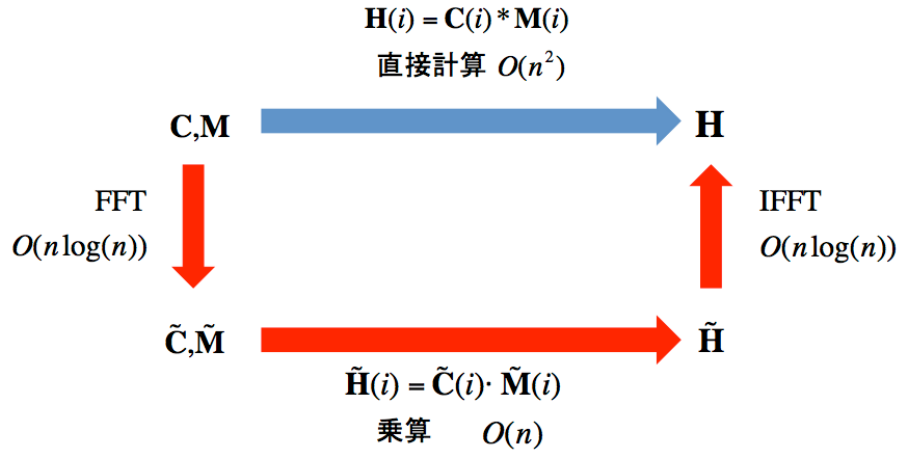


図 3.5: 静磁界計算

ここで、 $\mathbf{C}$  は静磁界係数、 $\mathbf{M}$  は磁気モーメント、 $\tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{M}}$  はそれらのフーリエスペクトルとする。

直接 Convolution 演算を行った場合、その計算回数は  $n^2$  に比例するが、FFT を使用すれば、変換に必要な計算回数は  $n \log(n)$  に比例し、乗算は  $n$  に比例した回数で行える。よって直接計算では  $O(n^2)$  であるが、FFT を使用することで  $O(n \log n)$  の計算時間となる。

非周期構造の場合、ゼロパディング手法を用いることにより適用できる。まず長さ  $n$  のベクトル  $B$  および  $C$  を以下のように長さ  $2n$  のベクトルに拡張し、それぞれ  $B', C'$  とする。

$$B' : B(1), B(2), \dots, B(n), 0, 0, \dots, 0$$

$$C' : 0, C(-n+1), C(-n+2), \dots, C(0), C(1), \dots, C(n-1)$$

ベクトル  $B'$  は、 $B$  の成分に対して、要素が 0 の  $n$  個の成分を付け加えたものとする。ベクトル  $C'$  はももとの Convolution 演算に必要な  $2n-1$  個の要素と、一つの 0 の成分からなるものとする。このようにして得られた  $B'$  と  $C'$  に対して、Convolution 演算を行う。得られたベクトルを  $A'$  とすると、 $A'(n+1), \dots, A'(2n)$  の成分が求める演算の解である。

計算対象が 2 次元構造を持つ場合は、以下のようにデータを拡張する。以降の手順は 1 次元構造の計算と同様である。

表 3.1:  $B'$  の要素

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
B(1,4)	B(2,4)	B(3,4)	B(4,4)	0	0	0	0
B(1,3)	B(2,3)	B(3,3)	B(4,3)	0	0	0	0
B(1,2)	B(2,2)	B(3,2)	B(4,2)	0	0	0	0
B(1,1)	B(2,1)	B(3,1)	B(4,1)	0	0	0	0

表 3.2:  $C'$  の要素

0	C(-3,3)	C(-2,3)	C(-1,3)	C(0,3)	C(1,3)	C(2,3)	C(3,3)
0	C(-3,2)	C(-2,2)	C(-1,2)	C(0,2)	C(1,2)	C(2,2)	C(3,2)
0	C(-3,1)	C(-2,1)	C(-1,1)	C(0,1)	C(1,1)	C(2,1)	C(3,1)
0	C(-3,0)	C(-2,0)	C(-1,0)	C(0,0)	C(1,0)	C(2,0)	C(3,0)
0	C(-3,-1)	C(-2,-1)	C(-1,-1)	C(0,-1)	C(1,-1)	C(2,-1)	C(3,-1)
0	C(-3,-2)	C(-2,-2)	C(-1,-2)	C(0,-2)	C(1,-2)	C(2,-2)	C(3,-2)
0	C(-3,-3)	C(-2,-3)	C(-1,-3)	C(0,-3)	C(1,-3)	C(2,-3)	C(3,-3)
0	0	0	0	0	0	0	0

要素数  $n$  が二の累乗でない場合は、 $n$  より大きい二の累乗の数の中で最小のものを求め、この数を新たに  $n$  として計算を行う。ここでベクトル  $B$  の拡張された領域の要素数は 0 とする。

### 3.3.5 境界条件

DMI 効果が働く状況では、境界部が多少傾くという現象が起こる。このため本研究では、DMI 効果を考慮した自由境界条件 [8] を用いた。DMI 効果を考慮した自由境界条件の式は式 (3.81) で表さ

れる。

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{D}{2A} (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{m} \quad (3.81)$$

式 (3.81) の  $\mathbf{n}$  に  $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}$  を代入すると、式 (3.82)、式 (3.83) が得られる。

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} = \frac{D}{2A} (\hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{x}}) \times \mathbf{m} = \frac{D}{2A} \begin{bmatrix} m_z \\ 0 \\ -m_x \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \hat{\mathbf{y}}} = \frac{D}{2A} (\hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{y}}) \times \mathbf{m} = \frac{D}{2A} \begin{bmatrix} 0 \\ m_z \\ -m_y \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

式 (3.82) より DMI 効果による  $x$  軸方向の自由境界条件は 1 次の差分より式 (3.84) から式 (3.89) で表される。ここで  $x$  軸方向の計算点を 0 から  $n_x - 1$  までとした。

$$m_x^{-1} = m_x^0 - \Delta x \cdot m_z^0 \cdot \frac{D}{2A} \quad (3.84)$$

$$m_y^{-1} = m_y^0 \quad (3.85)$$

$$m_z^{-1} = m_z^0 + \Delta x \cdot m_x^0 \cdot \frac{D}{2A} \quad (3.86)$$

$$m_x^{n_x} = m_x^{n_x-1} + \Delta x \cdot m_z^{n_x-1} \cdot \frac{D}{2A} \quad (3.87)$$

$$m_y^{n_x} = m_y^{n_x-1} \quad (3.88)$$

$$m_z^{n_x} = m_z^{n_x-1} - \Delta x \cdot m_x^{n_x-1} \cdot \frac{D}{2A} \quad (3.89)$$

計算対象の境界が  $\mathbf{m}^{-1}$  と  $\mathbf{m}^0$  の中間、 $\mathbf{m}^{n_x-1}$  と  $\mathbf{m}^{n_x}$  の中間にあるため 1 次の差分を用いた。

また、式 (3.83) より DMI 効果による  $y$  軸方向の自由境界条件は 1 次の差分より式 (3.90) から式 (3.95) で表される。ここで  $y$  軸方向の計算点を 0 から  $n_y - 1$  までとした。

$$m_x^{-1} = m_x^0 \quad (3.90)$$

$$m_y^{-1} = m_y^0 - \Delta x \cdot m_z^0 \cdot \frac{D}{2A} \quad (3.91)$$

$$m_z^{-1} = m_z^0 + \Delta x \cdot m_y^0 \cdot \frac{D}{2A} \quad (3.92)$$

$$m_x^{n_y} = m_x^{n_y-1} \quad (3.93)$$

$$m_y^{n_y} = m_y^{n_y-1} + \Delta x \cdot m_z^{n_y-1} \cdot \frac{D}{2A} \quad (3.94)$$

$$m_z^{n_y} = m_z^{n_y-1} - \Delta x \cdot m_y^{n_y-1} \cdot \frac{D}{2A} \quad (3.95)$$

計算対象の境界が  $\mathbf{m}^{-1}$  と  $\mathbf{m}^0$  の中間、 $\mathbf{m}^{n_y-1}$  と  $\mathbf{m}^{n_y}$  の中間にあるため 1 次の差分を用いた。

### 3.4 電子のポテンシャルエネルギー

本研究では二つの方式のスカーマイオン MRAM について検討を行った。図 1.1、図 1.2 よりナノピラースカーマイオン MRAM 方式では電流が円盤内で一様に流れるが、三角形スカーマイオン MRAM 方式では素子内部での電流密度が非一様となる。三角形スカーマイオン MRAM 方式のような電流密度が非一様となる場合、素子内での電子のポテンシャルエネルギーを求めてエネルギー勾配から電流



密度分布を求める必要がある。電子のポテンシャルエネルギーを 1 次元の場合は式 (3.96) で表し、2 次元の場合は式 (3.97) で表す。

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi = 0 \quad (3.96)$$

$$\nabla^2 \varphi = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi = 0 \quad (3.97)$$

式 (3.96)、式 (3.97) を求める際、 $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  における  $\mathbf{x}$  をコレスキー分解付き共役勾配法によって行列計算を行った。コレスキー分解付き共役勾配法によって得られた  $\mathbf{b}$  より、 $i, j$  を  $0 \cdots n_x, 0 \cdots n_y$  のとき  $b_{j \cdot n_x + i} = \varphi_{(i,j)}$  として電子のポテンシャルエネルギー  $\varphi_{(i,j)}$  が得られる。

そして、その電子のポテンシャルエネルギーに基づいて電流密度計算を行った。オームの法則に基づき、式 (3.98) と式 (3.99) により電流密度の方向を計算した。

$$J_{x_{i,j}} = (\varphi_{i-1,j} - \varphi_{i+1,j}) / 2.0 \quad (3.98)$$

$$J_{y_{i,j}} = (\varphi_{i,j-1} - \varphi_{i,j+1}) / 2.0 \quad (3.99)$$

ここでは、電位が固定されている場合は固定境界を用い、領域に欠損がある場合は自由境界を用いた。

### 3.5 熱安定性指数

熱安定性を定量的にした熱安定性指数は式 (3.100) で表される。[16] [17] [18]

$$\Delta = \frac{\Delta E}{k_B T} \quad (3.100)$$

$\Delta$  : 熱安定性指数

$\Delta E$  : エネルギーバリア

$k_B$  : ボルツマン定数

$T$  : 絶対温度

$\Delta = 60$  程度であれば、MRAM 内部の情報をリフレッシュ不要で 10 年間の保持が可能とされている [16]。

### 3.6 GPU プログラミング

ここまでは CPU での磁界計算を説明していたが、ここではそのプログラムの高速化を行うために、GPU による計算の説明を行う。

GPU は複数の演算装置を有しているため、1 度に複数の計算を同時に行うことができる。対して CPU は演算装置が一つしかないため、それぞれの値を一つずつ求めていかなければならない。例えば、8 個のデータに対して、演算することを考える。GPU は 1 度に 4 つデータを同時に計算できることとする。この同時に計算できるデータの集まりをブロックと呼ぶ。図 3.6 にこのときの計算方法の違いを示す。

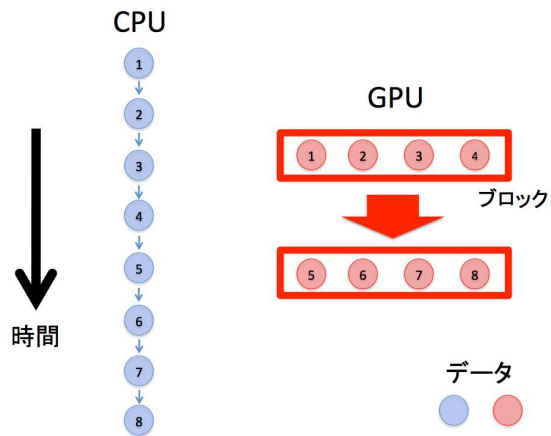


図 3.6: CPU と GPU の計算方法の比較

CPU では 8 個のデータそれぞれに対して、順番に計算を実行しなければならないが、GPU は同時に計算することによって全体として 2 つのブロックを計算する時間で終わることができる。このため GPU は非常に高速に動作させることができる。

また、加減算や剰余算などの単純な計算も GPU の方が高速である。しかしながら、GPU では条件分岐などの複雑な処理では高速化が難しくなっている。このため、できるだけ単純な計算だけを GPU にさせるようなアルゴリズムにしなければならない。

次に GPU のメモリの仕組みについて説明する。GPU のメモリは、レジスタ、シェアードメモリ、グローバルメモリ、ローカルメモリ、テクスチャメモリ、コンスタントメモリで構成されている。レジスタの特徴は演算装置に最も近い位置に置かれていることである。このため、レジスタメモリは最も高速にデータのやり取りを行うことができる。また、ほかの特徴として演算装置ごとに独立したレジスタの領域があることである。これにより、レジスタの領域のデータは共有することができない。シェアードメモリの特徴はレジスタ以外のメモリよりも高速にデータのやり取りを行うことができる。このシェアードメモリは図 3.6 ブロック内であればデータのやり取りを行うことができる。グローバルメモリの特徴は GPU のメモリの中でデータの保持できる容量が最も大きいことである。しかし、演算装置からはなれているためレジスタやシェアードメモリと比較してデータのやり取りが低速である。また、全ての演算装置からデータの読み書きを行うことができる。ローカルメモリの特徴はレジスタよりも記憶容量が多く、レジスタの容量を超えてしまい、入りきらなかったデータを格納することであり、レジスタやシェアードメモリよりもデータのやり取りが低速となっていることである。テクスチャメモリの特徴は GPU の演算装置からのデータの書き込みができず、3D グラフィックスで使うデータを高速化するために専用の装置が実装されていることである。このテクスチャメモリはまず CPU からデータを受け取り、テクスチャメモリから演算に必要なデータを取り出す際にはテクスチャメモリからテクスチャキャッシュにデータが転送されそのテクスチャキャッシュから演算装置に転送される。コンスタントメモリの特徴はテクスチャメモリと同様に GPU の演算装置からのデータの書き込みができない代わりに、グローバルメモリよりも高速にデータの読み込みができることである。コンスタントメモリはテクスチャメモリと違い、計算で使われる値が変わらない、定数等の値を格納するために使われる。コンスタントメモリから演算に必要なデータを取り出す際にはコンスタントメモリからコンスタントキャッシュにデータが転送されそのコンスタントキャッシュから演算装置に転送される。これらのメモリの関係を図 3.7 で示す。

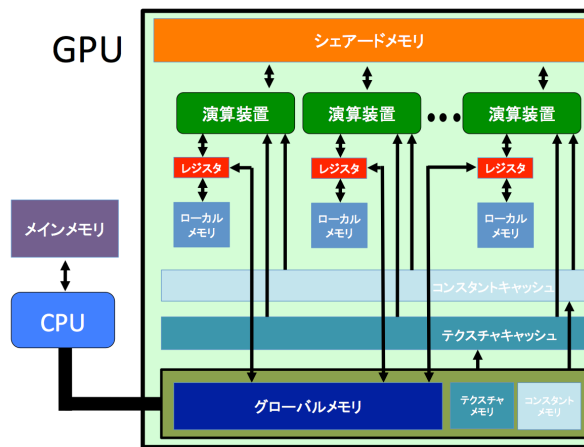


図 3.7: CPU、GPU 間のデータ転送

GPU で演算を行うにはメインメモリからデバイスメモリにデータを転送してから先ほど説明したそれぞれのメモリに転送しなければならない。GPU プログラミングにおけるデータ転送について説明する。図 3.7 より、CPU は GPU の内部のグローバルメモリ、テクスチャメモリ、コンスタントメモリとしか通信することができない。これらのメモリは直接演算装置にデータを転送することができない。また、GPU の各演算装置もメインメモリとは直接通信することができない。また、入出力で使用するデータはメインメモリに格納される。このため、GPU で演算を行うためにはメインメモリのデータを CPU によって、GPU のグローバルメモリ、テクスチャメモリ、コンスタントメモリに転送し、演算が終了したら GPU がデータの内容をメインメモリに転送するという動作を行わなければならない。また、このデータ転送は演算と比べて非常に時間がかかるため、できるだけ効率よくデータの転送を行わなければならない。例えばマイクロマグネティックシミュレーションでは、はじめに演算に必要なデータである原子磁気モーメントの状態の情報をを全て GPU のメモリに保存しておき、GPU による演算である LLG 方程式の計算が終了し、最終的な結果をメインメモリに転送する。

## 第4章 数理モデル

本章では実験で使用した数理モデルについて説明する。本研究ではまず、プログラムに組み込んだ DMI 効果の妥当性を確認するために、1 次元薄膜モデルと円盤モデルを用い、先行論文 [8] と同じ条件で実験を行った。その後、2 次元薄膜モデルによってスカーミオンの出現範囲を調査し、エネルギーバリアを調査するための実験を行った。最後に、MRAM においてスカーミオンを用いる 2 つの方法であるナノピラー型モデルと三角形型モデルに対して検討を行った。それらの実験で用いたモデルの実験概要、離散化モデル、材料定数と計算条件について述べる。

### 4.1 1 次元薄膜モデル

プログラムに組み込んだ DMI 効果の妥当性を確認するために、まず 1 次元薄膜モデルを用いて先行論文 [8] と同じ条件で実験を行った。

#### 4.1.1 実験概要

まず、計算対象を長さ無限の膜とした。実験の様子を図 4.1 で示す。

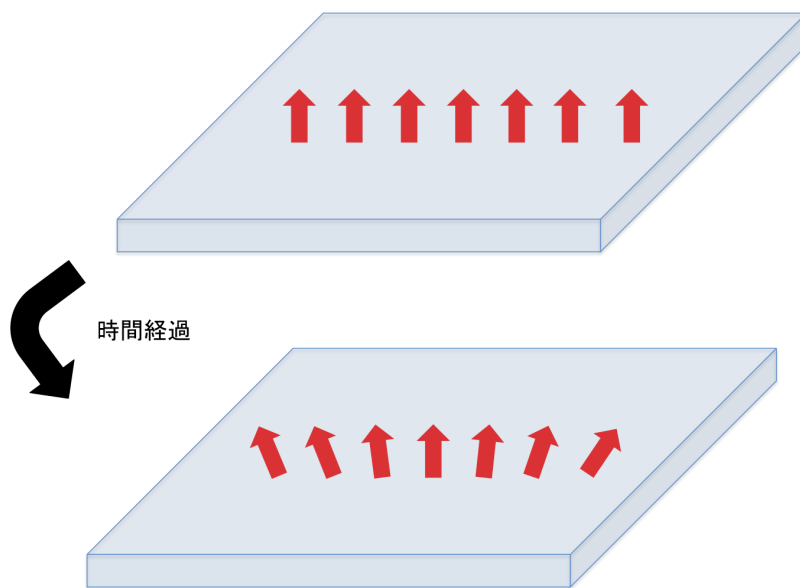


図 4.1: 1 次元薄膜モデルにおける実験概要

全ての磁気モーメントの向きを薄膜面と面直な方向として与えた初期状態から平行状態 (残留磁化状態) を求めた。1次元薄膜モデルでは境界部における解析解とシミュレーション結果を比較し、境界条件の妥当性を調べた。その解析解は式 (4.1) で表される。

$$m_x = \pm \frac{\Delta}{\xi} = \pm \frac{D}{2\sqrt{AK}} \quad (4.1)$$

$$(\xi = 2A/D, \Delta = \sqrt{A/K})$$

#### 4.1.2 離散化モデル

離散化モデルは直方体を横に並べて作成した。そのときの状態を図 4.2 で示す。

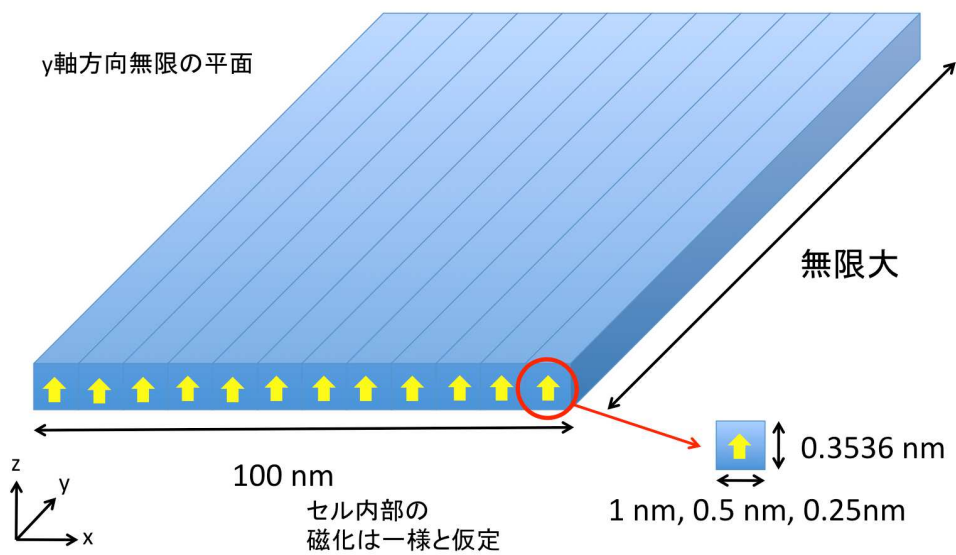


図 4.2: 1次元薄膜モデルにおける離散化モデル

#### 4.1.3 材料定数と計算条件

続いて材料定数と計算条件について説明する。使用した材料定数を表 4.1 に示す。

表 4.1: 1次元薄膜モデルにおける材料定数

飽和磁化	$M_s = 1100 \text{ emu/cm}^3$
交換スティフネス定数	$A = 1.6 \text{ } \mu\text{erg/cm}$
磁気異方性定数	$K_u = 12.7 \text{ Merg/cm}^3$
損失定数	$\alpha = 1.0$
磁気回転比	$\gamma = 17.6 \text{ Mrad/s} \cdot \text{Oe}$

使用した計算条件を表 4.2 に示す。

表 4.2: 1 次元薄膜モデルにおける計算条件

DMI 定数	$D = 0 \text{ erg/cm}^2 \sim 5.5 \text{ erg/cm}^2$
$x$ 軸方向の計算点数 $n_x$	50,100,200
$x$ 軸方向のセルの長さ	$dx = 100 / (x \text{ 軸方向のセルの数}) \text{ nm}$
$z$ 軸方向のセルの長さ	$dz = 0.3536 \text{ nm}$

## 4.2 円盤モデル

### 4.2.1 実験概要

円盤中へのスカーミオン生成を通して DMI 効果の妥当性を確認するため、先行論文 [8] と同じ条件でスカーミオン生成の実験を行った。

### 4.2.2 実験概要

計算対象は円盤とした。実験の様子を図 4.3 で示す。

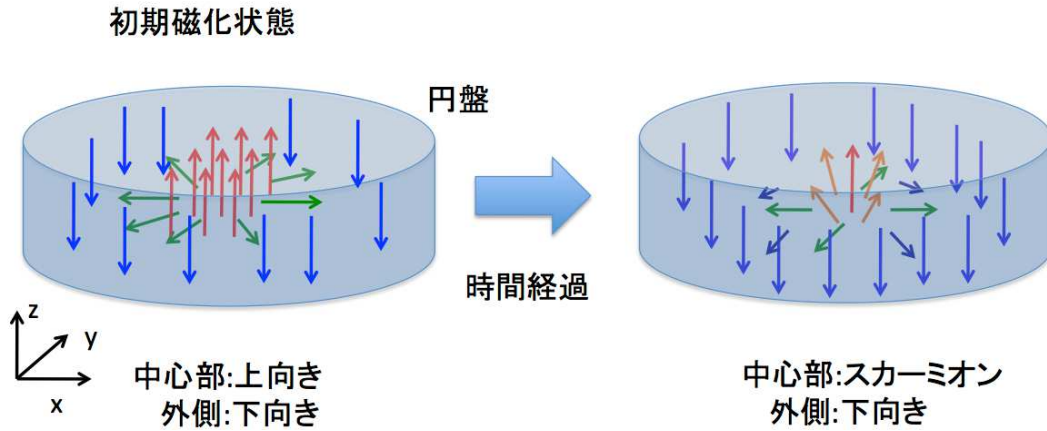


図 4.3: 円盤モデルにおける実験概要

初期磁化状態は中心部に磁化を  $z$  軸正方向を向かせ、その周囲は  $z$  軸負方向を向かせ、平衡状態 (残留磁化状態) を求めた。

### 4.2.3 離散化モデル

離散化モデルは格子状の計算領域から円盤状に切り出して作成した。そのときの状態を図 4.4 で示す。

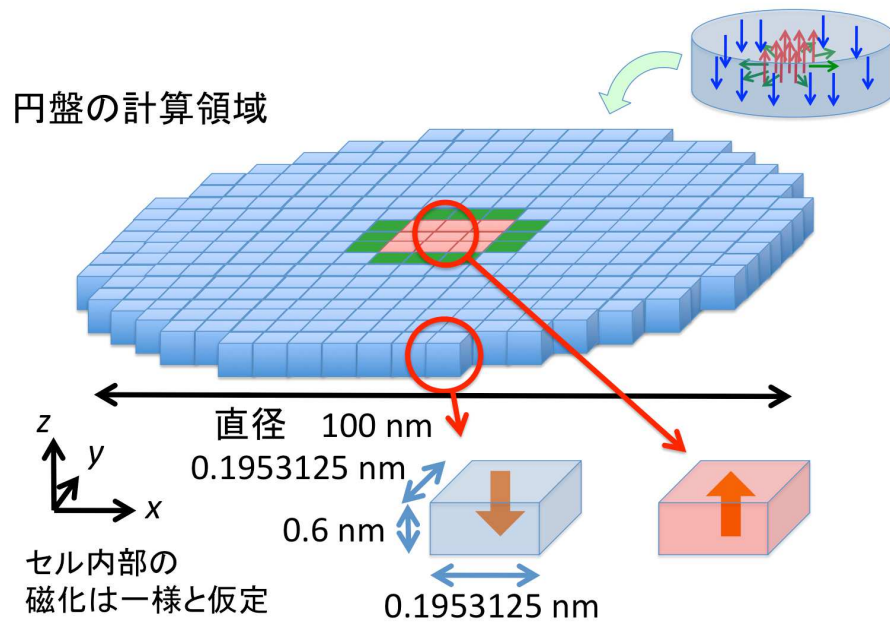


図 4.4: 円盤モデルにおける離散化モデル

#### 4.2.4 材料定数と計算条件

$m_z = 0$  となる部分をスカーミオンの端として得られたスカーミオンの直径を求めた。計算点数は  $512 \times 512$  である。使用した材料定数を表 4.3 に示す。

表 4.3: 2次元円盤モデルにおける材料定数

飽和磁化	$M_s = 1100 \text{ emu/cm}^3$
交換スティフネス定数	$A = 1.6 \text{ } \mu\text{erg/cm}$
磁気異方性定数	$K_u = 12.7 \text{ Merg/cm}^3$
損失定数	$\alpha = 0.5$
磁気回転比	$\gamma = 17.6 \text{ Mrad/s} \cdot \text{Oe}$

使用した計算条件を表 4.4 に示す。

表 4.4: 2次元円盤モデルにおける計算条件

DMI 定数	$D = 0 \text{ erg/cm}^2 \sim 8 \text{ erg/cm}^2$
$z$ 軸方向のセルの長さ	$dz = 0.6 \text{ nm}$

### 4.3 2次元平面薄膜モデル

2次元薄膜モデルによってスカーミオンの出現範囲、エネルギーの差、エネルギーバリアを調査するために実験を行った。

#### 4.3.1 実験概要

計算対象を無限に広い平面の膜とした。しかし、本研究では非周期構造の計算モデルを使用するため、有限の長さの計算領域しか定義できないため、スカーミオンに対して十分に広い計算領域を使用することで無限に広い平面を仮想的に作成した。スカーミオンの出現範囲を調査する実験の様子を図 4.5 に示す。

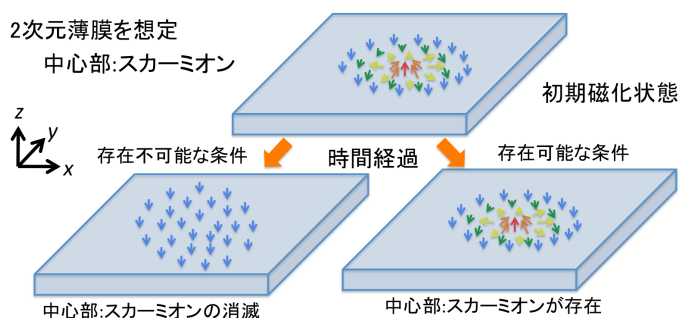


図 4.5: スカーミオンの出現範囲の調査における実験概要

初期磁化状態は中心部にスカーミオンを配置し、その周囲は $z$ 軸負の方向を向けさせ、時間が経過してからの磁化の平衡状態を調べた。

続いて、スカーミオン出現・消滅時における各状態のエネルギー差とエネルギーバリアを調査する実験の様子を図 4.6 に示す。

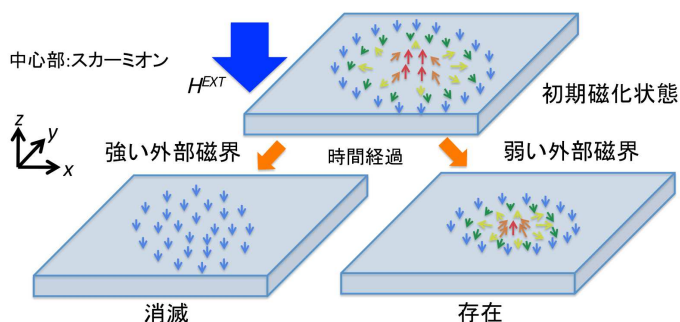


図 4.6: スカーミオン出現・消滅における各状態のエネルギー差とエネルギーバリアの調査における実験概要

#### 4.3.2 離散化モデル

離散化モデルは格子状の計算領域を使用した。離散化モデルを図 4.7 で示す。



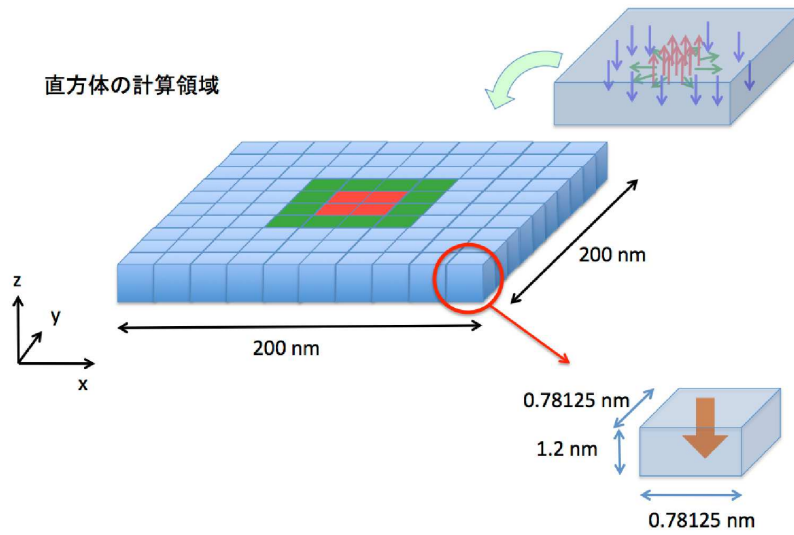


図 4.7: 2次元薄膜モデルにおける離散化モデル

### 4.3.3 材料定数と計算条件

計算点数は  $256 \times 256$  である。使用した材料定数を表 4.5 で示す。

表 4.5: 2次元薄膜モデルにおける材料定数

飽和磁化	$M_s = 837 \text{ emu/cm}^3$
交換スチフネス定数	$A = 1 \mu\text{erg/cm}$
磁気異方性定数	$K_u = 4 \text{ Merg/cm}^3 \sim 6 \text{ Merg/cm}^3$
損失定数	$\alpha = 0.5$
磁気回転比	$\gamma = 17.6 \text{ Mrad/s} \cdot \text{Oe}$

使用した計算条件を表 4.6 で示す。

表 4.6: 2次元薄膜モデルにおける計算条件

磁気異方性定数	$K_u = 4 \text{ Merg/cm}^3 \sim 6 \text{ Merg/cm}^3$
DMI 定数	$D = 0 \text{ mJ/m}^2 \sim 2 \text{ mJ/m}^2$
$z$ 軸方向のセルの長さ	$dz = 1.2 \text{ nm}$

## 4.4 ナノピラー型モデル

### 4.4.1 実験概要

図 4.8 でナノピラー型モデルにおける実験内容を表す。

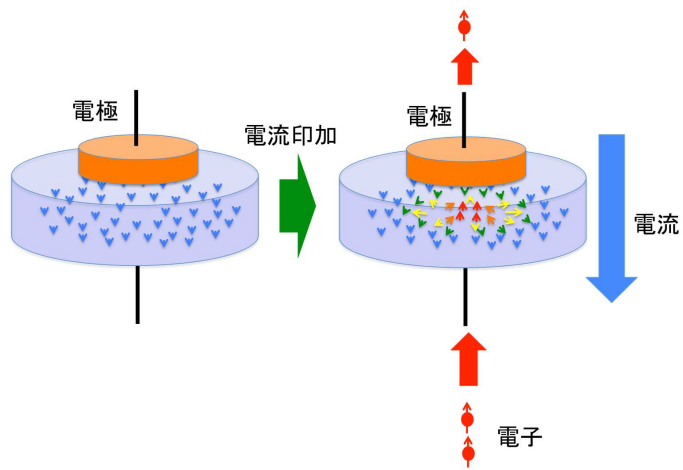


図 4.8: ナノピラー型モデルにおける実験内容

#### 4.4.2 離散化モデル

図 4.9 はナノピラー型モデルにおける円盤領域の離散化の概略図である。

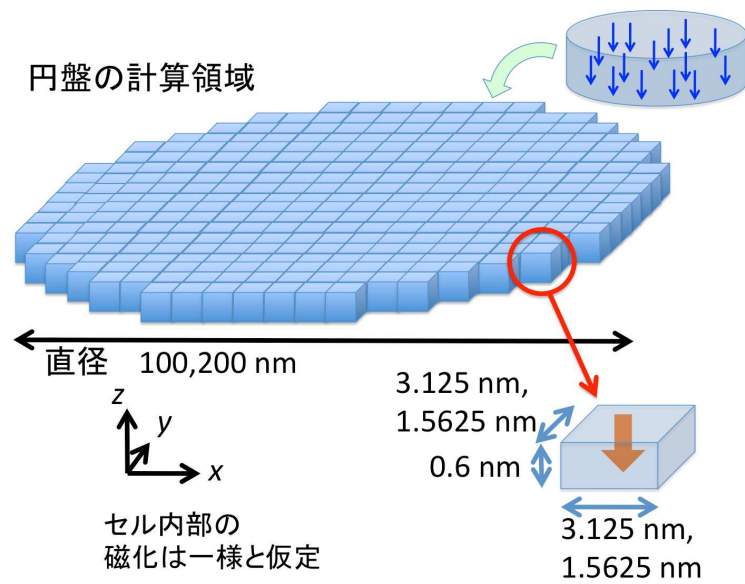


図 4.9: ナノピラー型モデルにおける円盤領域の離散化の概略図

### 4.4.3 材料定数と計算条件

使用した材料定数を表 4.7 に示す。

表 4.7: ナノピラー型モデルにおける材料定数

飽和磁化	$M_s = 1100 \text{ emu/cm}^3$
交換スティフネス定数	$A = 1.6 \text{ } \mu\text{erg/cm}$
磁気異方性定数	$K_u = 12.7 \text{ Merg/cm}^3$
損失定数	$\alpha = 0.5$
磁気回転比	$\gamma = 17.6 \text{ Mrad/s} \cdot \text{Oe}$
DMI 定数	$D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$

使用した計算条件を表 4.8 に示す。

表 4.8: ナノピラー型モデルにおける計算条件

$z$ 軸方向のセルの長さ	$dz = 0.6 \text{ nm}$
スピンの方向ベクトル	$\hat{\mathbf{p}} = (0 \ 0 \ 1)^T$
ボーア磁子	$\mu_B = 9.27408 \times 10^{-24} \text{ J/T}$
gyromagnetic splitting factor	$g = 2.0 \times 1.001159657$
電気素量	$e = 1.602189 \times 10^{-19} \text{ C}$
$g$ 関数	$g(\theta) = 1$
円盤の直径	$L_D = 100.0 \text{ nm}, 200.0 \text{ nm}$
電極の直径	$L_E = 100.0 \text{ nm}, 50.0 \text{ nm}, 37.5 \text{ nm}, 25.0 \text{ nm}$

## 4.5 三角形モデル

### 4.5.1 実験概要

図 4.10 は三角形モデルの電極の配置と電線の配置の概略図である。

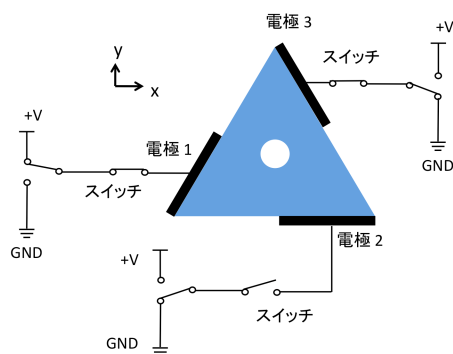


図 4.10: 三角形モデルの電極の配置と電線の配置の概略図

三角形モデルにおける実験ではまず三角形素子内の電位と電流密度分布を求めた。そして、求めた電流密度分布を用いて三角形素子に電流を印加してシミュレーションを行った。図 4.11 に三角形モデルにおける実験内容を表す。

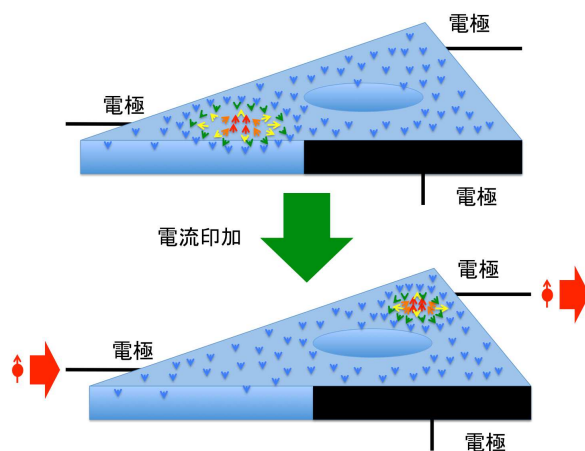


図 4.11: 三角形モデルにおける実験内容

#### 4.5.2 離散化モデル

図 4.12 は三角形領域の離散化の概略図である。

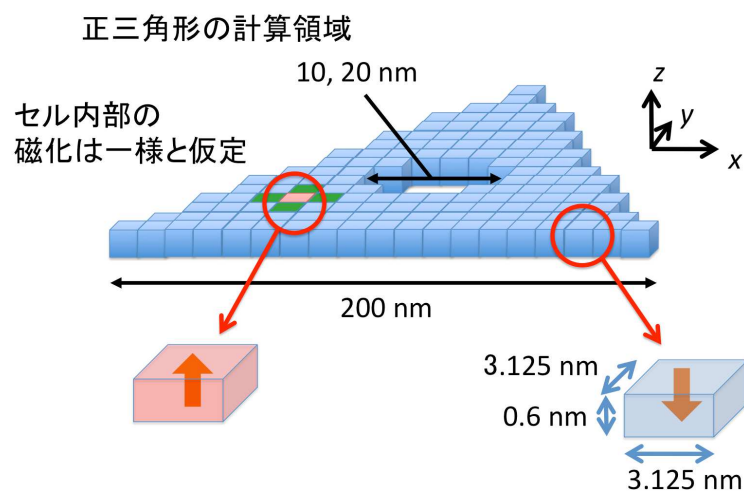


図 4.12: 三角形領域の離散化の概略図

### 4.5.3 材料定数と計算条件

使用した材料定数を表 4.9 に示す。

表 4.9: 三角形モデルにおける材料定数

飽和磁化	$M_s = 1100 \text{ emu/cm}^3$
交換スティフネス定数	$A = 1.6 \text{ } \mu\text{erg/cm}$
磁気異方性定数	$K_u = 12.7 \text{ Merg/cm}^3$
損失定数	$\alpha = 0.5$
磁気回転比	$\gamma = 17.6 \text{ Mrad/s} \cdot \text{Oe}$
非断熱項	$\beta = 0.5$

使用した計算条件を表 4.10 に示す。

表 4.10: 三角形モデルにおける計算条件

DMI 定数	$D = 2.8 \text{ erg/cm}^2 \sim 3.1 \text{ erg/cm}^2$
電流速度	$u = 0.0 \text{ m/s} \sim 70.0 \text{ m/s}$
分極率	$p = 0.7$
$z$ 軸方向のセルの長さ	$dz = 0.6 \text{ nm}$
中心の円の直径	$L_C = 10.0 \text{ nm}, 20.0 \text{ nm}$

## 第5章 GPUを用いたスカーミオンシミュレーションの高速化

本章では、まずGPUを用いたプログラムの高速化の目的について説明する。続いて本研究で用いた実験環境について説明する。最後にGPUを用いたマイクロマグネティックシミュレーションについて説明する。

### 5.1 高速化の目的

本研究のシミュレーションにおいて格子間隔が狭いと小さなスカーミオンが消滅してしまうという現象が生じた。このため、可能な限り計算点数を多くすることで、格子間隔を狭めなければならない。しかし計算点数を多くすると、計算時間が増加してしまう。スカーミオンが消滅しない条件において、シミュレーションをCPUで1回行った時に実際にかかった時間は18時間程度である。また、本研究でのスカーミオンのシミュレーションでは異方性定数 $K_u$ と連続実行DMI定数 $D$ を変えながら、何度も計算を繰り返す必要がある。このため複数の計算を行い多くのデータを求めるため、全ての結果が求めるのに何日もかかってしまう。そこでGPUによる高速化を行うことで、シミュレーションにおける計算時間を短縮した。

### 5.2 実験環境

本研究で用いた実験環境はCPU: Intel Core i7 960、GPU: GeForce GTX 580 である。GTX 580 は512個のプロセッサコアと3GBのメモリを持ち、単精度における計算速度は1581GFLOPSである。

### 5.3 GPUを用いたマイクロマグネティックシミュレーション

時間の測定に使用したモデルは2次元薄膜モデルである。ここではCPU(倍精度)とGPU(単精度、倍精度)のそれぞれにおいて、計算点数を $256 \times 256$ として、各磁界を100ステップ実行した時間を計測し、1ステップあたりの平均時間を調べ、結果を表5.1で示す。

表 5.1: 各磁界の平均計算時間の結果

	異方性磁界 / msec	交換磁界 / msec	静磁界 / msec	実効磁界 / msec
CPU(倍精度)	0.1562	0.4687	105.23437	105.8594
GPU(倍精度)	0.0098	0.0444	2.76630	2.8115
GPU(単精度)	0.0050	0.0259	1.00400	1.0040

次に表5.1に基づいてGPUにおける単精度と倍精度の実行時間とCPUに対する実行時間の倍率を表5.2で示す。

表 5.2: 各磁界の平均計算時間の CPU との比較

	異方性磁界 / 倍	交換磁界 / 倍	静磁界 / 倍	実効磁界 / 倍
GPU(倍精度)	15.93	10.55	37.42	37.65
GPU(単精度)	31.25	180.98	108.81	105.43

表 5.2 より、GPU による実効磁界計算の高速化率は単精度を用いれば全体として 100 倍以上の性能が得られることが分かった。また、精度に関して問題がなければ倍精度よりも単精度を用いた方が全体として 3 倍以上の高速化された。これより、本研究では単精度を用いることとする。

続いて、計算点数を変えながら、CPU と GPU においてオイラー法による LLG 方程式と RK4 による LLG 方程式を 100 ステップ実行し、その平均時間を測定した。オイラー法における測定結果を図 5.1, 図 5.2 で示す。RK4 における測定結果を図 5.3, 図 5.4 で示す。図 5.1, 図 5.2 および図 5.3, 図

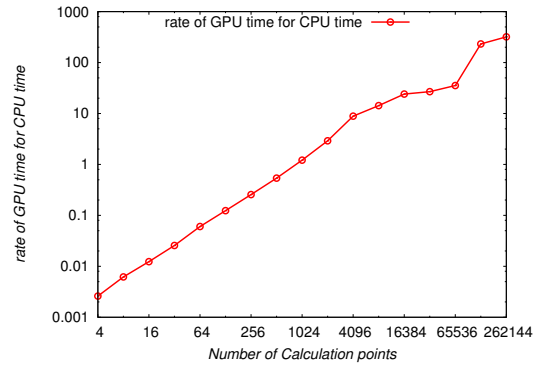
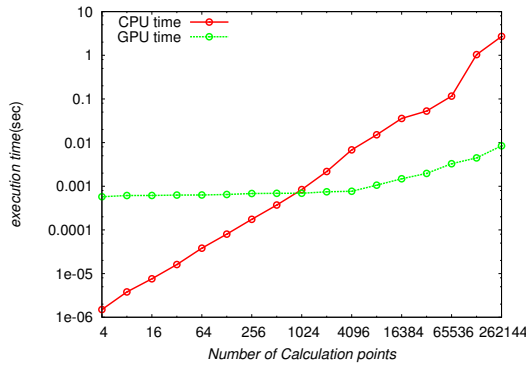


図 5.1: CPU と GPU におけるオイラー法の 1 ステップの実行時間  
図 5.2: CPU に対する GPU におけるオイラー法の 1 ステップの実行時間の比率

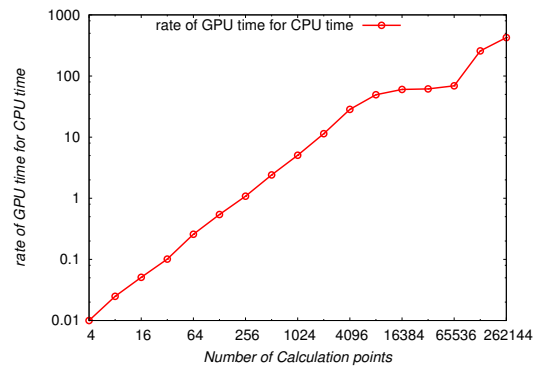
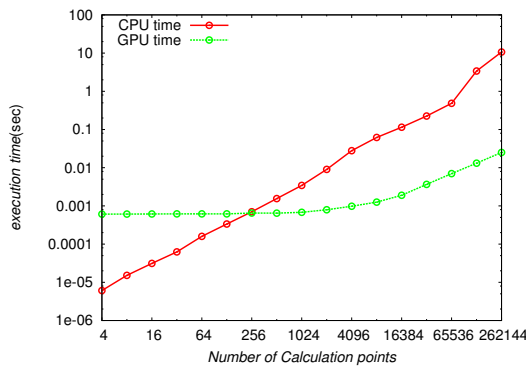


図 5.3: CPU と GPU における RK4 の 1 ステップの実行時間  
図 5.4: CPU に対する GPU における RK4 の 1 ステップの実行時間の比率

5.4 より計算点数が増加するほど GPU による高速化率がよくなることが分かった。本研究での計算点数は  $256 \times 256$  の 65536 点であるため、オイラー法の高速化率が 35 倍程度、RK4 の高速化率が 65 倍程度である。この結果は表 5.2 での実効磁界の高速化率よりも悪くなった。この原因は CPU と

GPUでのデータの送受信における時間が大きいためであると考えられる。



## 第6章 予備実験

本研究ではスカーミオンのシミュレーション解析を行うために LLG 方程式に対して DMI 効果を加えた。本章では加えた DMI 効果の妥当性を検討するために、先行論文 [8] との比較を行った。DMI 効果は、実効磁界と境界条件に加えた。そこで 1 次元薄膜モデルの実験結果によって実効磁界と境界条件に対する DMI 効果の妥当性を調べた。続いて、円盤薄膜モデルを用いて、DMI 効果によるスカーミオン生成の妥当性を確認した。さらにスカーミオンのエネルギーバリアを求めるために、DMI によるエネルギー計算の妥当性を確認した。

### 6.1 1 次元薄膜モデル

はじめに、1 次元薄膜モデルにおいて DMI 効果における境界条件の影響を調べるため、 $D = 3.0 \text{ mJ/m}^2$  の 1 次元の磁化状態と、 $D$  と境界部の  $m_x$  の関係を調べた。結果を図 6.1 から 6.4 に示す。

図 6.1 は  $D = 3.0 (\text{mJ/m}^2)$  の 1 次元の磁化状態の結果を示し、図 6.3 は  $D$  の変化による境界部の  $m_x$  の結果を示す。

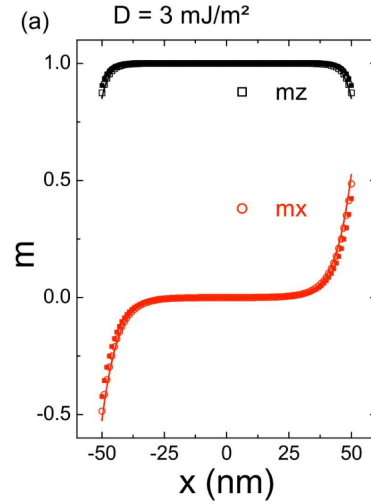
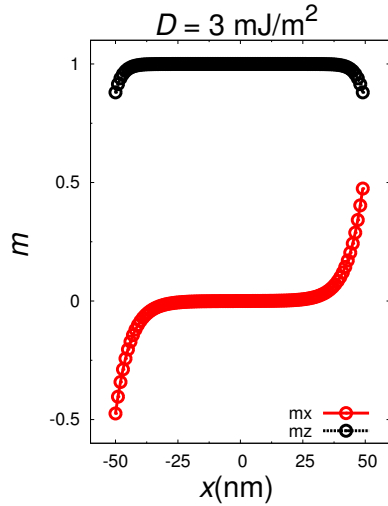


図 6.1:  $D = 3.0 \text{ mJ/m}^2$  における 1 次元の磁化状態 図 6.2:  $D = 3.0 \text{ mJ/m}^2$  における 1 次元の磁化状態の先行論文 [8] の結果

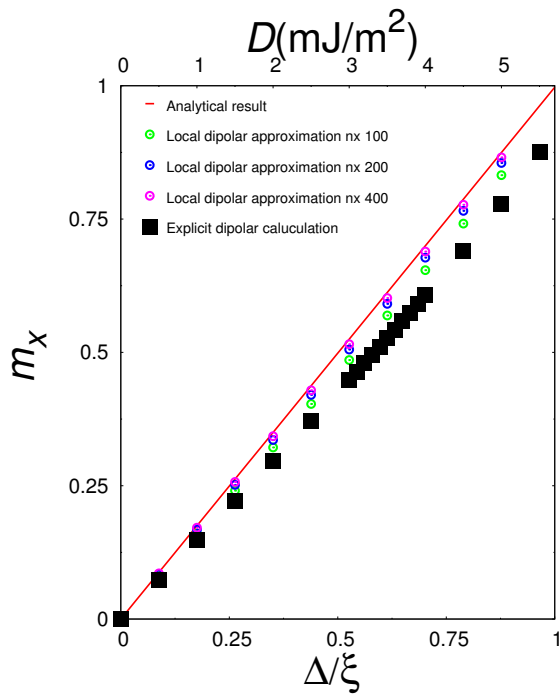


図 6.3:  $D$  と境界部における  $m_x$  の関係

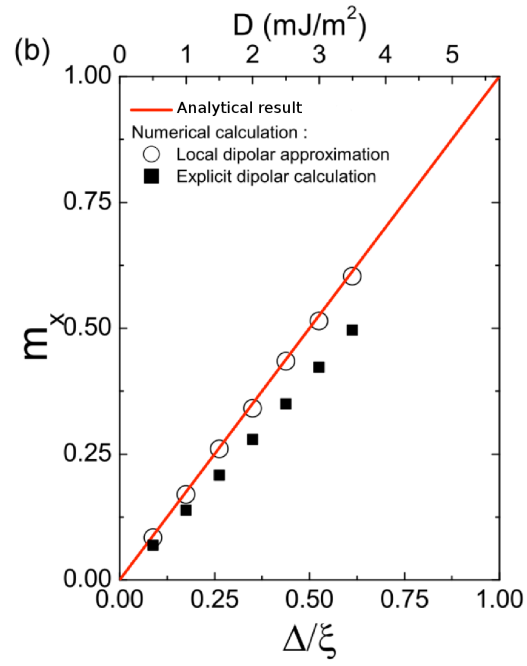


図 6.4: 先行論文 [8] の結果

まず、図 6.1, 6.2 によりこの実験結果が先行論文の結果と定量的に一致していることがわかる。そして、図 6.3, 6.4 より、Explicit dipolar approximation の条件では得られた結果は先行論文の結果と一致することがわかる。また、図 6.1 により Local dipolar approximation の条件では、計算点数が増加するほど先行論文の結果及び解析式に近づいた。

ここで、境界部が内側を向く理由を示す。そのときの様子を図 6.5 に示す。

初期磁化状態: z 軸上向き



境界部: 外向き

初期磁化状態: z 軸下向き



境界部: 内向き

図 6.5: 初期磁化状態が全て上向きと全て下向きとした場合の 1 次元の磁化状態の平衡状態

式 (3.84) と式 (3.87) において  $m_x^0 \approx 0, m_x^{n-1} \approx 0$  とみなせ、 $dx$  は格子間隔、 $D, 2A$  は正の定数より  $dx > 0, \frac{D}{2A} > 0$  である。これより計算領域の両端では  $m_z^0, m_z^{n-1}$  の符号によって  $m_x^{-1}, m_x^n$  の符号が決まる。初期磁化状態が上向きの場合、 $m_z^0 > 0, m_z^{n-1} > 0$  であるため、式 (3.84), (3.87) より計算領域の  $m_x^{-1}$  は負、 $m_x^n$  は正となる。つまり、計算領域に対して  $x$  軸方向は交換磁界によって外側を向く。式 (3.86), (3.89) に対しても同様に考えると  $m_z^{-1} \approx m_z^0, m_z^n \approx m_z^{n-1}$  となる。よつ

て  $z$  軸方向である上下方向の変化は少なく、交換磁界の影響がほとんどない。

ここで、計算領域の端の磁化が大きく傾いていたと考える。このとき  $m_x^0 < 0, m_x^{n-1} > 0$  であるため、式 (3.84),(3.87) では  $m_x^0, m_x^{n-1}$  の項も考慮しなければならない。よって、式 (3.84) では  $m_x^{-1}$  が更に正の値が大きくなり、同様に式 (3.87) では  $m_x^n$  が更に負の値が大きくなる。これより、境界部分の傾きが大きければ大きいほど境界部分が外側を向きやすくなる。式 (3.86),(3.89) に対しても同様に考えると  $m_x^0 < 0, m_x^{n-1} > 0$  であるため、 $m_z^{-1} \leq m_z^0, m_z^n \leq m_z^{n-1}$  となる。よって  $z$  軸方向では交換磁界によって下を向きやすくなる。

これより図 6.1,6.2 において境界部付近の磁化が大幅に外を向くようになると思われる。

## 6.2 円盤薄膜モデル

円盤薄膜モデルにおいてスカーミオンが出現する場合としない場合におけるエネルギーについて調べ、また  $D$  の値によるエネルギーの変化についても調べた。まず、エネルギーを求める各状態が出現しているのかを確認した。先行論文 [8] では単一磁化構造とスカーミオン構造だけではなく  $2\pi$  rotation state と  $3\pi$  rotation state の磁化構造についてのエネルギーも求めている。この各状態の磁化構造が出現できていることを確認するため、得られた各状態を図 6.6 から図 6.9 で示す。図 6.6 から図 6.9 において黒色は下向きの磁化を表し、白色は上向きを表し、その他の色は面内向きの磁化を表す。

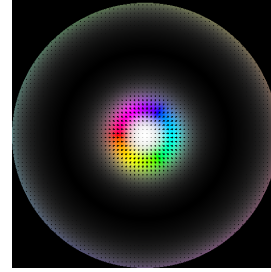
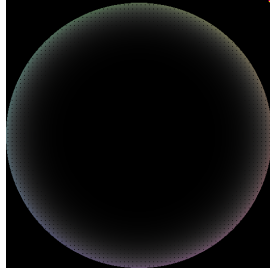


図 6.6:  $D = 3.0 \text{ mJ/m}^2$  における Quasi-uniform state ( $0\pi$  rotation state) 図 6.7:  $D = 3.0 \text{ mJ/m}^2$  における Skymion state ( $1\pi$  rotation state)

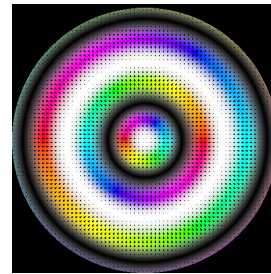
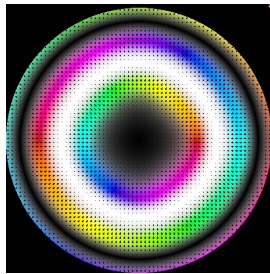


図 6.8:  $D = 7.5 \text{ mJ/m}^2$  における  $2\pi$  rotation state 図 6.9:  $D = 6.0 \text{ mJ/m}^2$  における  $3\pi$  rotation state

続いて、図 6.6 から図 6.9 で確認できた各状態のエネルギーを先行論文と比較するため  $D$  の値によるエネルギーの変化の結果を図 6.10 に示す。

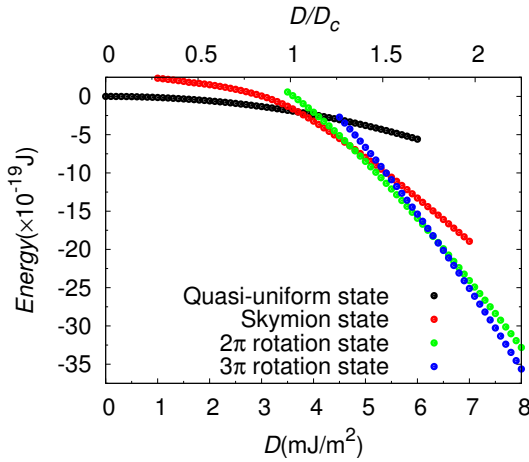


図 6.10: 計算点数  $512 \times 512$  の各磁化状態のエネルギー比較の結果

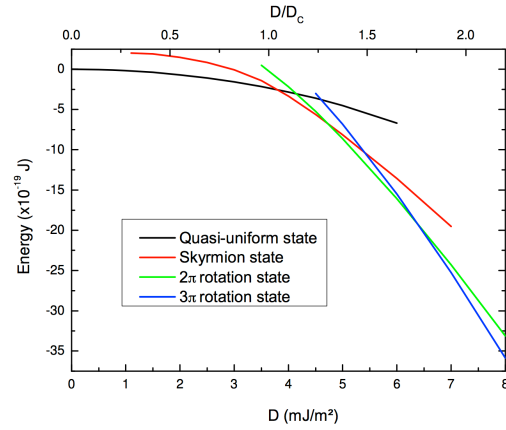


図 6.11: 先行論文 [8] の各磁化状態のエネルギー比較の結果

図 6.10, 図 6.11 より全ての条件において先行論文の結果と定量的に一致したことが確認できた。これより、スカーミオン構造を生成することができ、DMI 効果を考慮したエネルギー計算の妥当性が確認できる。

## 6.3 まとめ

本研究ではスカーミオンのシミュレーション解析を行うために LLG 方程式に対して DMI 効果を加えた。本章では加えた DMI 効果の妥当性を検討するために、先行論文 [8] との比較を行った。DMI 効果は実効磁界と境界条件に加える。そこで 1 次元薄膜モデルの実験結果によって実効磁界と境界条件に対する DMI 効果の妥当性を調べた。図 6.1, 6.2 により  $D = 3.0 \text{ mJ/m}^2$  における一次元の磁化状態が定量的に一致した。そして、図 6.3, 6.4 において、Explicit dipolar approximation の条件では  $D$  の変化による境界部における  $m_x$  の結果が先行論文 [8] の結果と一致した。また、Local dipolar approximation の条件では、計算点数が増加するほど先行論文の結果及び解析式に近づいた。これより、DMI 効果を考慮した LLG 方程式の妥当性が確認できた。続いて、円盤薄膜モデルを用いて、DMI 効果によるスカーミオン生成の妥当性を確認した。さらにスカーミオンのエネルギーバリアを求めるために、DMI によるエネルギー計算の妥当性を確認した。図 6.10, 図 6.11 より単一磁化構造、スカーミオン構造、 $2\pi$  rotation state、 $3\pi$  rotation state の全ての磁化構造において先行論文 [8] のエネルギー計算の結果と定量的に一致したことが確認できた。これより、スカーミオン構造を生成することができ、DMI によるエネルギー計算の妥当性が確認できた。

## 第7章 スカーミオン安定性の検討

MRAM にスカーミオンを利用するにはスカーミオンを生成するのに適した材質を用いる必要があるが、現在ではスカーミオンを生成するために適した材質を正確には把握できていない。そこで本研究ではスカーミオンが出現できる材質を調査するため異方性定数と DMI 定数の関係に注目し、2 次元薄膜モデルによって異方性定数と DMI 定数が変化したときのスカーミオンの直径を調べた。

そして、MRAM では「0」と「1」に対応する二つの磁化構造を利用するが、両者のエネルギーが極端に異なる場合、片方の状態が不安定となるために、メモリとして使用できない。このため、二状態のエネルギーが同程度であること (エネルギー均衡性) が必要となる。そこで、スカーミオンが存在しない状態を「0」、スカーミオンが存在する状態を「1」とした時のエネルギーの差が小さい各情報のエネルギーが等しくなる条件を調べた。

続いて、MRAM が安定に動作するためには書き込まれた情報が保持され続ける必要がある。この書き込まれた情報が保持できる期間は熱安定性によって求められる。熱安定性を調べるためにはエネルギーバリアを求める必要があるため、スカーミオンが出現している状態のエネルギーバリアについて調べた。

### 7.1 スカーミオン出現条件の調査

まず、 $K_u = 5 \text{ Merg/cm}^3$  と固定して、 $D$  の値を変化させることでスカーミオンの状態の変化を調べた。 $D = 1 \text{ erg/cm}^2, K_u = 5 \text{ Merg/cm}^3$  のときの磁化の平衡状態を図 7.1 に示す。

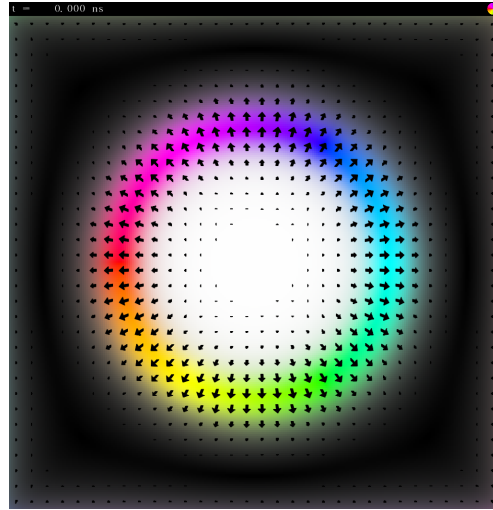


図 7.1:  $D = 1 \text{ erg/cm}^2, K_u = 5 \text{ Merg/cm}^3$  のときの磁化の平衡状態

図 7.1 よりこの条件ではスカーミオンが生成できたことが確認できた。

次に、 $D = 1.5 \text{ erg/cm}^2, K_u = 5 \text{ Merg/cm}^3$  のときの磁化の平衡状態を図 7.2 に示す。

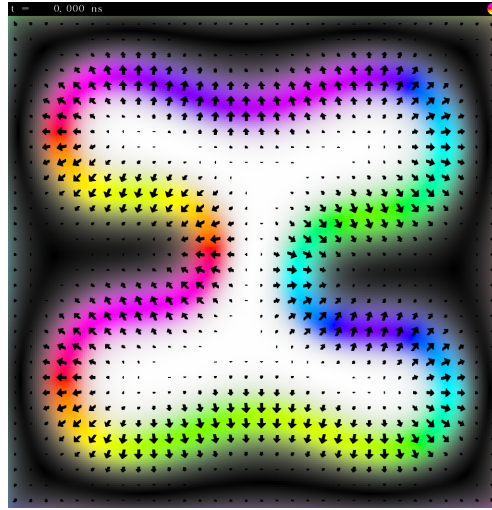


図 7.2:  $D = 1.5 \text{ erg/cm}^2, K_u = 5 \text{ Merg/cm}^3$  のときの磁化の平衡状態

$D$  の値がある程度大きくなると、図 7.2 のようにスカーミオンの形が円形ではなくなり、スカーミオンが出現できなくなった。

そして、 $D = 0.5 \text{ erg/cm}^2, K_u = 5 \text{ Merg/cm}^3$  のときの磁化の平衡状態を図 7.3 に示す。

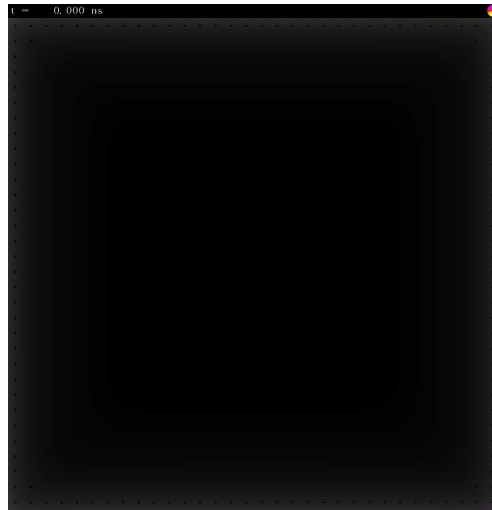


図 7.3:  $D = 0.5 \text{ erg/cm}^2, K_u = 5 \text{ Merg/cm}^3$  のときの磁化の平衡状態

図 7.3 より  $D$  の値が小さすぎるとスカーミオンが消滅した。

続いて、 $K_u$  の値を減らした場合でのスカーミオンの変化を調べた。 $D = 1 \text{ erg/cm}^2, K_u = 3 \text{ Merg/cm}^3$  のときの磁化の平衡状態を図 7.4 に示す。

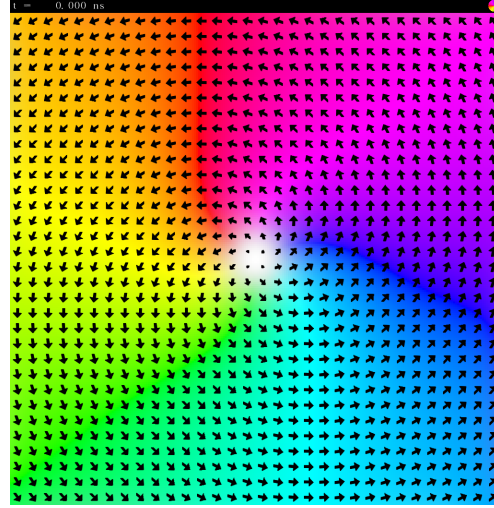


図 7.4:  $D = 1 \text{ erg/cm}^2, K_u = 3 \text{ Merg/cm}^3$  のときの磁化の平衡状態

$K_u \leq 4.3 \text{ Merg/cm}^3$  では図 7.4 のように  $K_u$  を小さくしていくと異方性磁界が静磁界の影響よりも小さくなり磁化が面内方向を向きやすくなってしまった。このためスカーミオンの形が崩れ、スカーミオンが出現できなくなった。

最後に、 $D, K_u$  及び直径の関係を図 7.5 に示す。境界の影響を受けないようにするため、一辺が  $200 \text{ nm}$  に対してスカーミオンの直径が最大で  $140 \text{ nm}$  程度となる  $K_u = 4.4 \text{ Merg/cm}^3$  まで調べた。また直径が  $1 \text{ nm}$  以下になると実験的に観測が非常に難しくなるため、 $K_u = 6 \text{ Merg/cm}^3$  まで調べた。

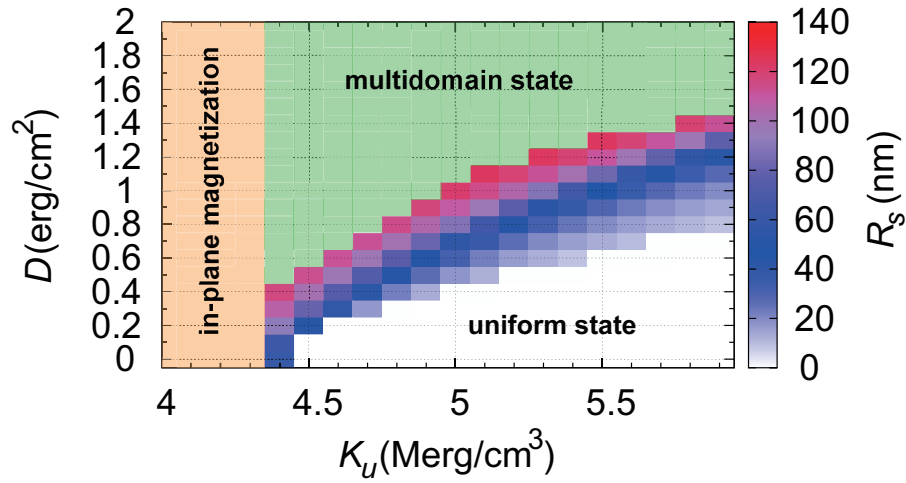


図 7.5:  $D, K_u$  及びスカーミオンの直径

図 7.5 より  $K_u$  の値が小さくなるほどスカーミオンの直径が大きくなり、スカーミオンが生成しやす



くなった。この原因として、磁性体の異方性が下がると $z$ 軸方向を向く力が弱くなり、結果として磁化がねじれやすくなりスカーミオンが広がったと考えられる。しかし、 $K_u \leq 4.3 \text{ Merg/cm}^3$  では原子磁気モーメントが面内方向を向くようになり、スカーミオンでは無くなった。また、 $D$  の値が大きい場合、スカーミオンが円形では無くなった。そして、 $D$  の値が小さい場合、スカーミオンは消滅してしまった。

実験においてスカーミオンが低温スピントラップ顕微鏡で観測可能な直径の範囲は 5 nm から 10 nm である。これより、 $K_u = 4.4, 4.5 \text{ Merg/cm}^3$  程度であれば  $D = 0.6 \text{ erg/cm}^2$  程度でスカーミオンが十分な大きさで生成できるため、十分観測可能であることがわかった。

## 7.2 スカーミオン MRAM におけるエネルギー均衡性の調査

MRAM では「0」と「1」に対応する二つの磁化構造を利用するが、両者のエネルギーが極端に異なる場合、片方の状態が不安定となるために、メモリとして使用できない。このため、二状態のエネルギーが同程度であること（エネルギー均衡性）が必要となる。そこで、スカーミオンが存在しない状態を「0」、スカーミオンが存在する状態を「1」とした時のエネルギーの差が小さい情報のエネルギーが等しくなる条件を調べた。

まず、スカーミオンの出現範囲においての単一磁化構造のエネルギーを調べた。単一磁化構造のエネルギーを図 7.6 で示す。

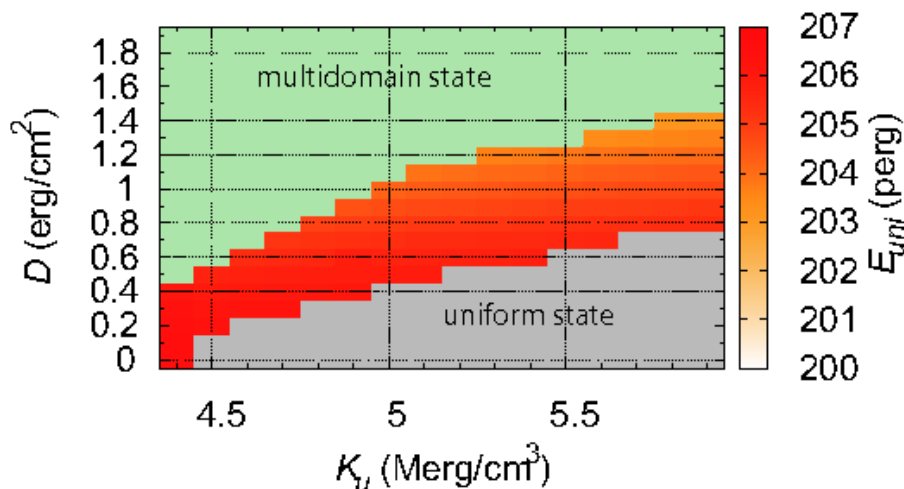


図 7.6: 単一磁化構造のエネルギー

続いて、スカーミオンが出現している状態のエネルギーについて調べた。スカーミオンが出現している状態のエネルギーを図 7.7 で示す。



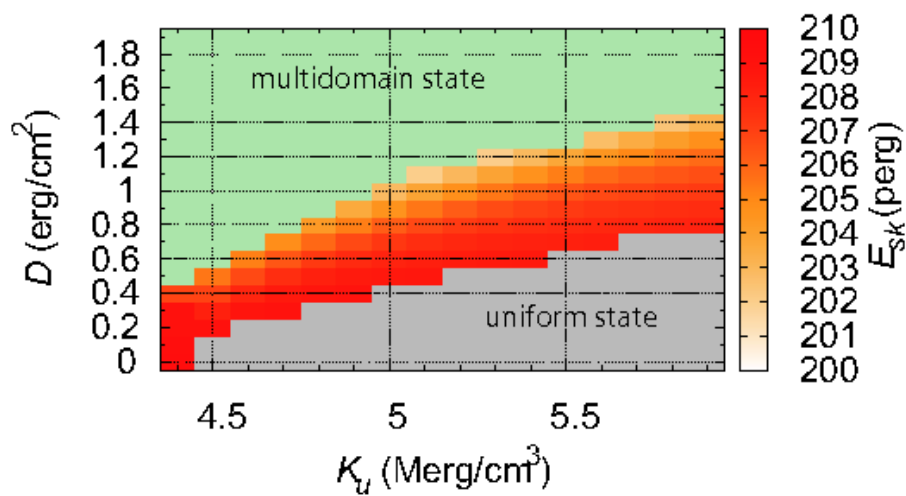


図 7.7: スカーミオンが出現している状態のエネルギー

そして、スカーミオンが出現している状態と消滅している状態のエネルギーの差を調べた。スカーミオンが出現している状態と消滅している状態のエネルギーの差を図 7.8 で表した。

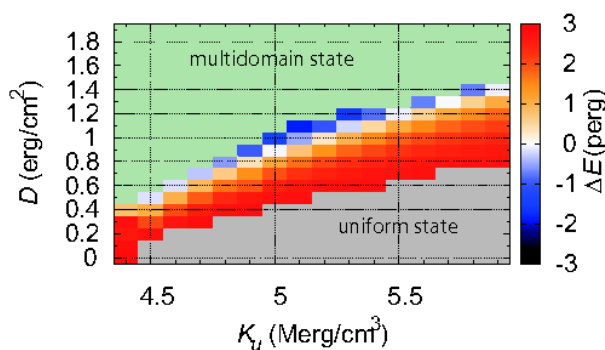


図 7.8: スカーミオン出現・消滅時のエネルギー差

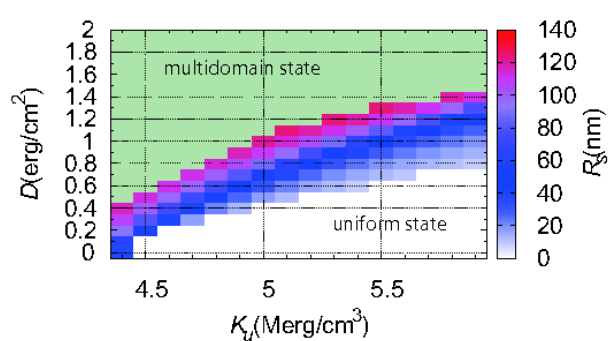


図 7.9:  $D, K_u$  及びスカーミオンの直径

図 7.9 においてスカーミオンの出現範囲である青色から赤色の範囲について注目する。図 7.8、図 7.9 よりスカーミオンの直径とスカーミオン出現・消滅時のエネルギー差が類似していることがわかった。

次に  $\Delta E = 0.0 \text{ perg}$  となる条件を図 7.10、図 7.16 の緑線で表した。

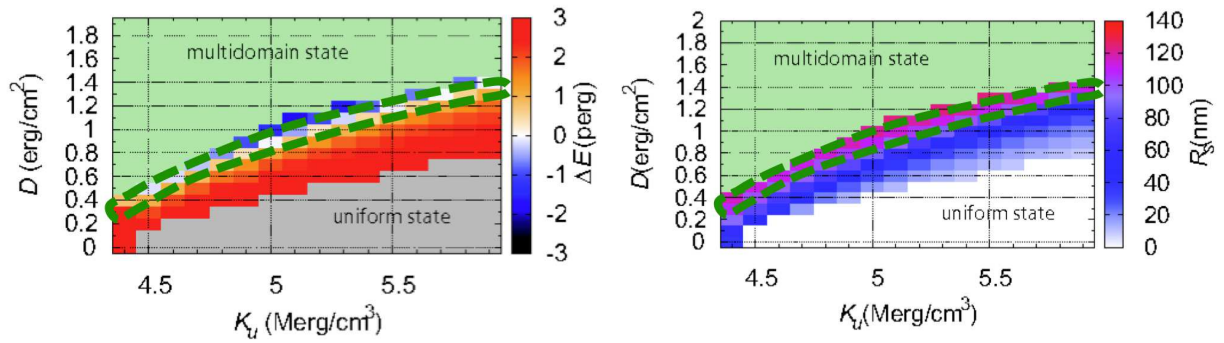


図 7.10: スカーミオン出現・消滅時のエネルギー差及び  $\Delta E = 0.0$  perg となる条件 (緑線) 図 7.11:  $D, K_u$  及びスカーミオンの直径及び  $\Delta E = 0.0$  perg となる条件 (緑線)

図 7.10、図 7.16 よりスカーミオンが出現している状態と消滅している状態のエネルギーが等しい材質が MRAM に適しているとするならば、スカーミオン出現・消滅時のエネルギー差が 0 となる材質が出現することが確認できた。 $\Delta E = 0.0$  perg となるのは  $4.4 \text{ Merg/cm}^3$  から  $6.0 \text{ Merg/cm}^3$ 、 $0.4 \text{ erg/cm}^2$  から  $1.3 \text{ erg/cm}^2$  であり、スカーミオンの直径が  $100 \text{ nm}$  程度であることがわかった。

### 7.3 スカーミオン MRAM における熱安定性の調査

スカーミオンの熱安定性を調べるためにスカーミオンのエネルギーバリアを調べた。 $K_u = 5.6 \text{ Merg/cm}^3$ 、 $D = 1.2 \text{ erg/cm}^2$  における外部磁界を印加してスカーミオンが消滅する過程でのエネルギー変化を図 7.12 で示す。

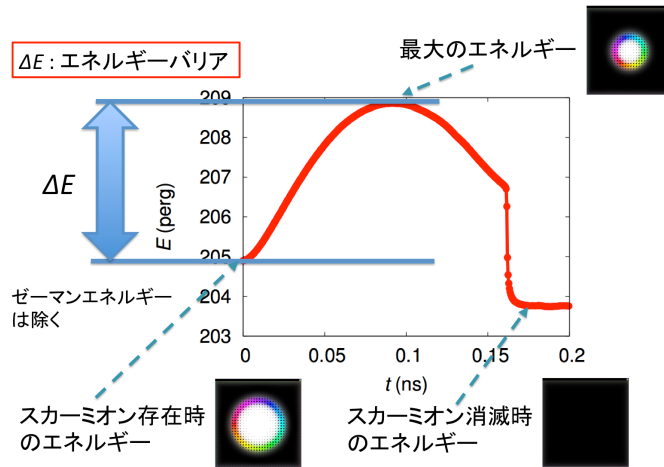


図 7.12:  $K_u = 5.6 \text{ Merg/cm}^3$ 、 $D = 1.2 \text{ erg/cm}^2$  における外部磁界印加時した際のスカーミオン消滅過程でのエネルギー変化

図 7.12 において、最大になるエネルギーと初期磁化状態であるスカーミオン状態のエネルギーの差をエネルギーバリアとした。

続いて、スカーミオンのエネルギーバリアをスカーミオンの出現範囲について調べた。その結果を図 7.13 に示す。

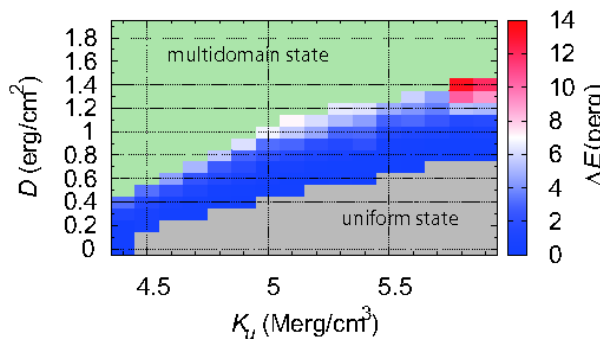


図 7.13: スカーミオンのエネルギーバリア

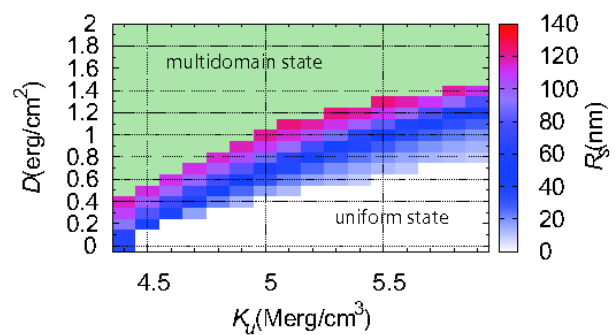


図 7.14:  $D$ ,  $K_u$  及びスカーミオンの直径

図 7.14 においてスカーミオンの出現範囲である青色から赤色の範囲について注目する。図 7.13、図 7.14 よりスカーミオンの直径とスカーミオンのエネルギーバリアが類似していることがわかった。

情報の保持が 10 年間可能な熱安定指数は  $\Delta = 60$  であり、 $\Delta = 60$  となるのは  $\Delta E \approx 2.5$  perg の時である。これより  $\Delta E \approx 2.5$  perg となる条件を図 7.15、図 7.16 の緑線で表した。

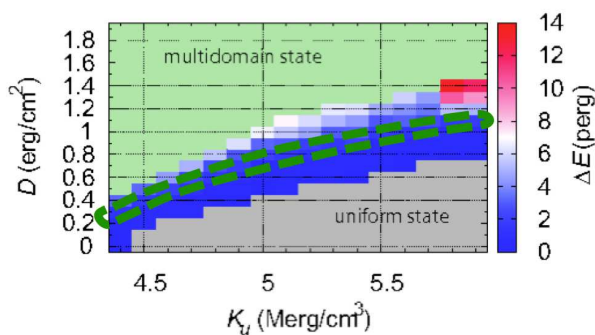


図 7.15: スカーミオンのエネルギーバリア

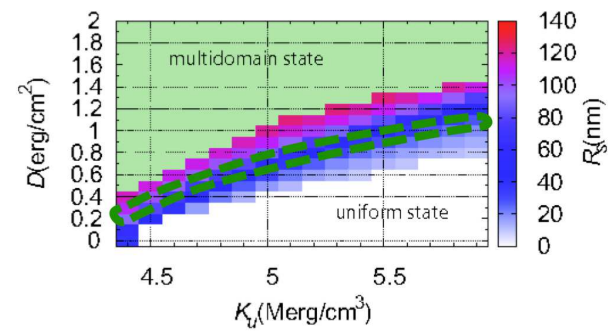


図 7.16:  $D$ ,  $K_u$  及びスカーミオンの直径

情報の保持が 10 年間可能な熱安定指数は  $\Delta = 60$  であり、 $\Delta = 60$  となるのは  $\Delta E \approx 2.5$  perg の時である。図 7.13 より、 $\Delta E \approx 2.5$  perg となる条件が出現することが確認できた。 $\Delta E \approx 2.5$  perg となるのは  $4.4 \text{ Merg/cm}^3$  から  $6.0 \text{ Merg/cm}^3$ 、 $0.4 \text{ erg/cm}^2$  から  $1.2 \text{ erg/cm}^2$  であり、この場合のスカーミオンの直径が  $80 \sim 100 \text{ nm}$  程度であることがわかった。

## 7.4 まとめ

MRAM としてスカーミオンを利用するにはスカーミオンを生成するのに適した材質を用いる必要があるが、現在ではスカーミオンを生成するために適した材質を正確には把握できていない。そこで本研究ではスカーミオンが安定して出現できる材質を調査するため異方性定数と DMI 定数の関係に注目し、2 次元薄膜モデルによって異方性定数と DMI 定数が変化したときのスカーミオンの直径を調べた。図 7.5 より異方性定数の値が大きくなるほどスカーミオンの直径が小さくなり、スカーミオンが消滅した。この原因として、磁性体の異方性が上がると  $z$  軸方向を向く力が弱くなり、結果として磁化がねじれにくくなりスカーミオンが小さくなると考えられる。異方性定数が  $4.3 \text{ Merg/cm}^3$  以下では原子磁気モーメントが面内方向を向くようになり、スカーミオンでは無くなった。また、図 7.5 より DMI 定数の値が大きい場合、スカーミオンが円形では無くなった。そして、DMI 定数の値が小さい場合、スカーミオンは消滅してしまった。この実験より異方性定数が  $4.4 \sim 6.0 \text{ Merg/cm}^3$  程度であれば十分観測可能であることがわかった。

そして、MRAM では「0」と「1」に対応する二つの磁化構造を利用するが、両者のエネルギーが極端に異なる場合、片方の状態が不安定となるために、メモリとして使用できない。このため、二状態のエネルギーが同程度であること (エネルギー均衡性) が必要となる。そこで、スカーミオンが存在しない状態を「0」、スカーミオンが存在する状態を「1」とした時のエネルギーの差が小さい情報のエネルギーが等しくなる条件を調べた。図 7.8 より異方性定数の値が大きくなるほどスカーミオン出現・消滅時のエネルギー差が小さくなり、DMI 定数の値が大きくなるほどスカーミオン出現・消滅時のエネルギー差が大きくなることがわかった。これよりスカーミオンの直径と出現・消滅時のエネルギー差が類似していることがわかった。また、図 7.8 よりスカーミオン出現・消滅時のエネルギー差がない条件は  $4.3 \text{ Merg/cm}^3$  から  $6.0 \text{ Merg/cm}^3$ 、 $0.4 \text{ erg/cm}^2$  から  $1.3 \text{ erg/cm}^2$  であり、この場合のスカーミオンの直径が  $100 \text{ nm}$  程度であることがわかった。

続いて、MRAM が安定に動作するためには書き込まれた情報が保持され続ける必要がある。この書き込まれた情報が保持できる期間は熱安定性によって求められる。これより熱安定性を調べるためにはエネルギーバリアを求める必要があるため、スカーミオンが出現している状態のエネルギーバリアについて調べた。図 7.13 より異方性定数の値が大きくなるほどスカーミオンのエネルギーバリアが小さくなり、DMI 定数の値が大きくなるほどスカーミオンのエネルギーバリアが大きくなることがわかった。これよりスカーミオン出現・消滅時のエネルギー差と同様にスカーミオンの直径とエネルギーバリアが類似していることがわかった。また、図 7.13 より情報の保持が 10 年間可能なエネルギーバリアである  $\Delta E \approx 2.5 \text{ perg}$  となるのは  $4.4 \text{ Merg/cm}^3$  から  $6.0 \text{ Merg/cm}^3$ 、 $0.4 \text{ erg/cm}^2$  から  $1.2 \text{ erg/cm}^2$  であり、この場合のスカーミオンの直径が  $80 \sim 100 \text{ nm}$  程度であることがわかった。

## 第8章 スカーミオンMRAMのシミュレーション解析

最後に実際に MRAM においてスカーミオンを用いた場合の動作を解析するため、シミュレーションによってスカーミオン MRAM の動作を解析した。本研究では、MRAM にスピンの電流を加えることを想定した。

まず、スカーミオン MRAM の制御方法の一つとして先行論文で提案された面直方向からスピンの電流を印加することでスカーミオンの生成・消滅を行うナノピラー方式 [8] の MRAM についての動作を検討した。

最後に、本論文で新たに提案したスカーミオン MRAM の制御方法として三角形素子に面内方向にスピンの電流を印加することでスカーミオンの駆動を行う方式の MRAM についての動作を検討した。そして、調査した二つのスカーミオン MRAM の制御方法の優位性について検討した。

### 8.1 ナノピラー型モデルにおけるスカーミオン生成

まず、初期磁化状態を単一磁化構造とし、電流を加えた。初期磁化状態を図 8.1 で表す。

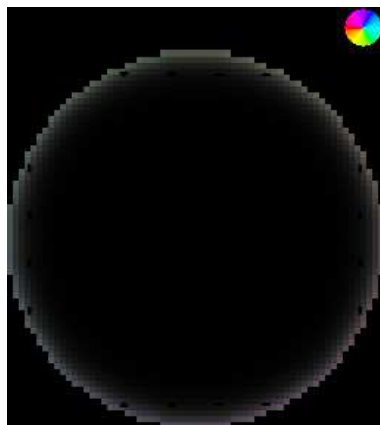


図 8.1:  $L_D = 200 \text{ nm}$ 、 $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$  における初期磁化状態

$L_D = 200 \text{ nm}$ 、 $L_E = 50 \text{ nm}$  とした時の電流を加えて 10 ns 後の磁化状態を図 8.2、図 8.3 で表す。

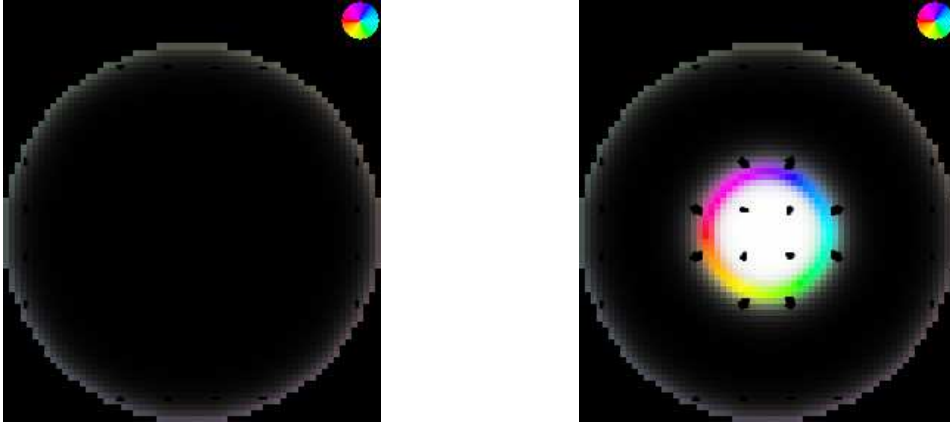


図 8.2:  $L_E = 50 \text{ nm}$ 、 $L_D = 200 \text{ nm}$ 、 $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$ 、 $j = 1 \text{ TA/m}^2$  における 10 ns 後の磁化状態  
 図 8.3:  $L_E = 50 \text{ nm}$ 、 $L_D = 200 \text{ nm}$ 、 $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$ 、 $j = 2 \text{ TA/m}^2$  における 10 ns 後の磁化状態

スピン電流による磁化構造の時間変化を調べるため、図 8.2、図 8.3 の条件における  $m_z$  の平均の時間変化を図 8.4 で示す。

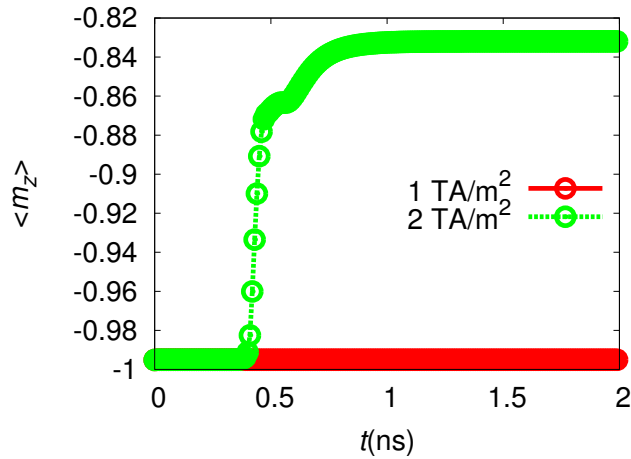


図 8.4:  $m_z$  の平均の時間変化

図 8.4 より  $j = 1 \text{ TA/m}^2$  の場合、磁化構造の変化はほとんど起こらなかった。しかし  $j = 2 \text{ TA/m}^2$  の場合、0.5 ns 頃から急激に磁化反転が始まり 1.0 ns 頃には磁化反転が完了することがわかった。このことからスピン電流を円盤に対して面直方向に印加した場合、スカーミオン生成には 1.0 ns 程度必要であると考えられる。

続いて、電流密度とスカーミオンの直径の変化を調べることによって、スカーミオンを生成するために必要な電流密度の値を調べた。円盤直径が 100 nm 及び 200 nm における電流密度とスカーミオンの直径の関係を図 8.5, 図 8.6 に示す。

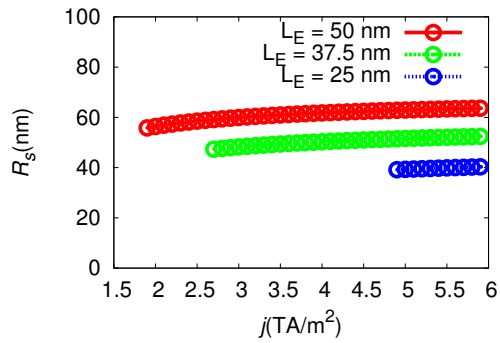


図 8.5:  $L_D = 100$  nm における電流密度とスカーミオンの直径の関係

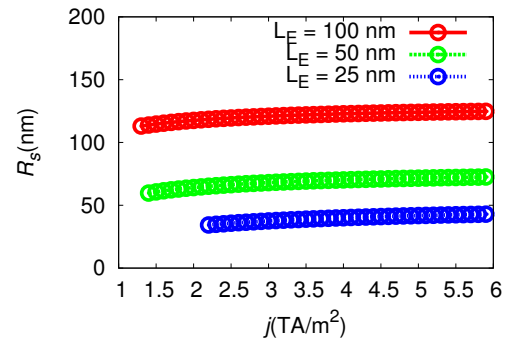


図 8.6:  $L_D = 200$  nm における電流密度とスカーミオンの直径の関係

図 8.5, 図 8.6 より、スカーミオンの生成においてスカーミオンの直径は電極の直径と同程度であることが分かった。

続いて、電流密度と電極の直径の関係を調べた。

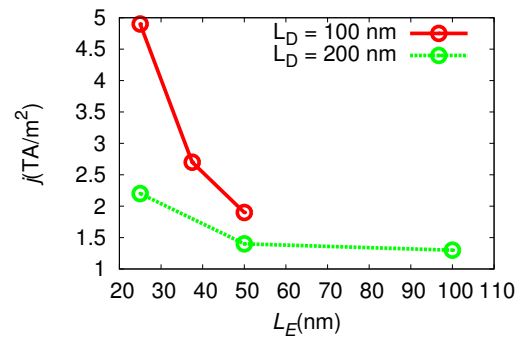


図 8.7: 電流密度と電極の直径の関係

図 8.7 より電極の直径が大きくなるほどスカーミオン生成に必要な電流密度の値は小さくなることが分かった。また、電極の直径を変化させた場合、円盤の直径が 100 nm よりも 200 nm の方が電流密度の値が小さくなることがわかった。

次に、電流と電極の直径の関係を調べた。

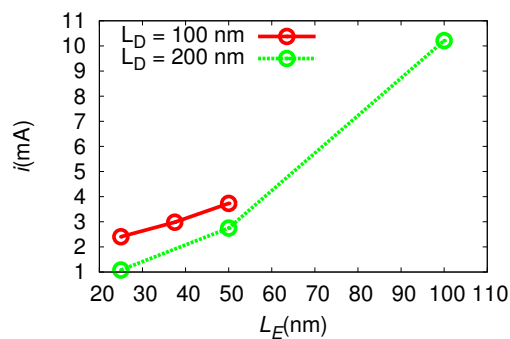


図 8.8: 電流と電極の直径の関係

図 8.8 より電極の直径が大きいほどスカーミオン生成に必要な電流の値は大きくなることがわかった。また、電極の直径を固定した場合、円盤の直径が 100 nm よりも 200 nm の方が電流の値が小さくなることがわかった。これより、電流量を減らすためには電流密度の値を減らすよりも電極の面積を減らす方が効果的であると考えられる。また、本研究の条件ではスカーミオンの生成に必要な電流値は 1 ～ 10 mA 程度であることがわかった。

## 8.2 三角形モデルにおけるスカーミオンのスピン電流駆動

まず、三角形領域に電流を流した場合の電位を求め、その電位に  $-1$  倍することで電子のポテンシャルエネルギーを調べた。次に求めた電子のポテンシャルエネルギーにより電流密度を求め、三角形領域に電流を流した場合の電流密度分布を調べた。最後に電流密度分布を用いて、三角形モデルにおけるスカーミオンのスピン電流駆動を行った。

### 8.2.1 三角形モデルにおける電流密度分布計算

三角形領域に電流を流した場合の電子のポテンシャルエネルギーを調べた。まず、領域の上側から左側に電流を流した場合の電子のポテンシャルエネルギーを求める。ここで、穴の境界条件には自由境界条件を用いた。図 8.9 で領域の上側から左側に電流を流した場合の概略図を示す。

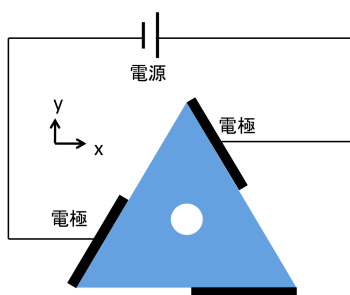


図 8.9: 上側から左側に電流を流した場合の概略図



領域の上側から左側に電流を流した場合の電子のポテンシャルエネルギーの図を図 8.10、図 8.11 で表す。ここでは、最高のポテンシャルエネルギーを 1、最低のポテンシャルエネルギーを 0 とした。

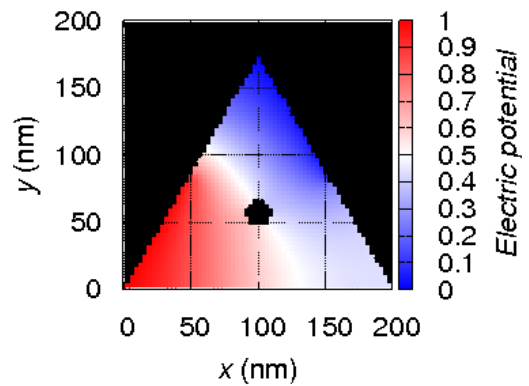
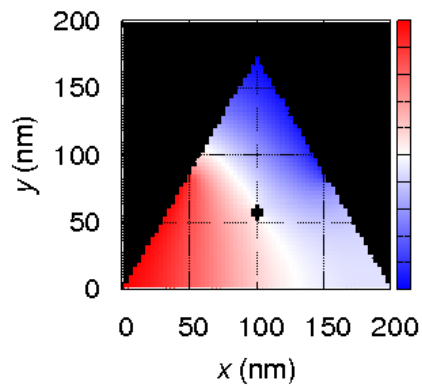


図 8.10: 電流を上側から左側に流した場合における  $L_C = 10 \text{ nm}$  時の電子のポテンシャルエネルギー  
図 8.11: 電流を上側から左側に流した場合における  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の電子のポテンシャルエネルギー

次に領域の右側から左側に電流を流した場合の電子のポテンシャルエネルギーを求める。図 8.12 で領域の右側から左側に電流を流した場合の概略図を示す。

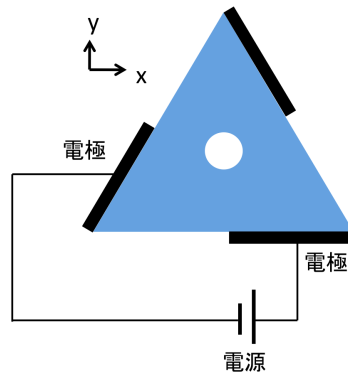


図 8.12: 右側から左側に電流を流した場合の概略図

領域の右側から左側に電流を流した場合の電子のポテンシャルエネルギーの図を図 8.13、図 8.14 で表す。

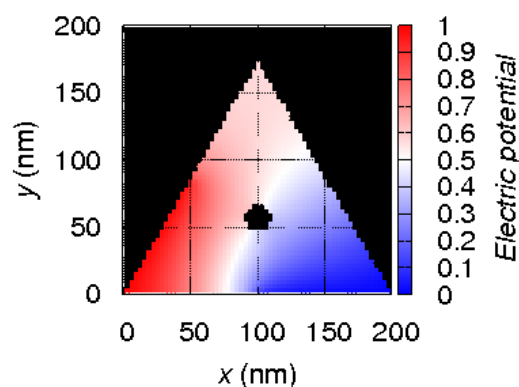
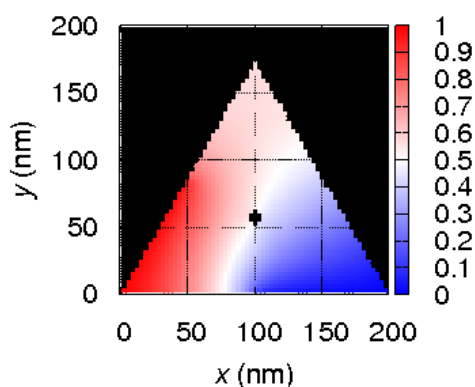


図 8.13: 電流を右側から左側に流した場合における  $L_C = 10 \text{ nm}$  時の電子のポテンシャルエネルギー  
 図 8.14: 電流を右側から左側に流した場合における  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の電子のポテンシャルエネルギー

図 8.10 から図 8.14 より高い電位の電極の方から低い電位の電極の方に電位が下がっていくことが確認できた。また、三角形モデルにおける中心の円のサイズを変更しても各場所における電位に大きな違いはないことがわかった。

図 8.10 から図 8.14 で求めた電子のポテンシャルエネルギーにより電流密度を求め、三角形領域に電流を流した場合の電流密度分布を求めた。領域の上側から左側に電流を流した場合の電流密度分布の図を図 8.15、図 8.16 で表す。図 8.15、図 8.16 における色と矢印の向きは電流密度の向きを表し、矢印の大きさは電流密度の大きさを表す。

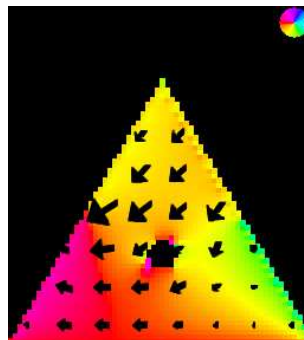
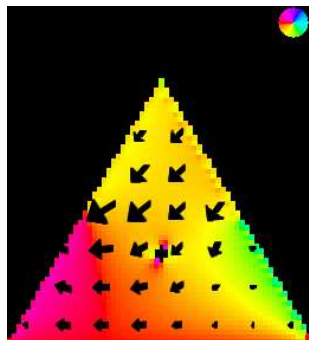


図 8.15: 電流を上側から左側に流した場合における  $L_C = 10 \text{ nm}$  時の電流密度分布  
 図 8.16: 電流を上側から左側に流した場合における  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の電流密度分布

領域の右側から左側に電流を流した場合の電流密度分布の図を図 8.17、図 8.18 で表す。図 8.17、図 8.18 における色と矢印の向きは電流密度の向きを表し、矢印の大きさは電流密度の大きさを表す。

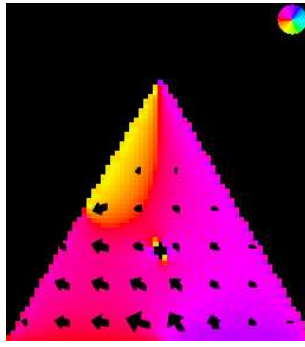


図 8.17: 電流を右側から左側に流した場合における  $L_C = 10 \text{ nm}$  時の電流密度分布

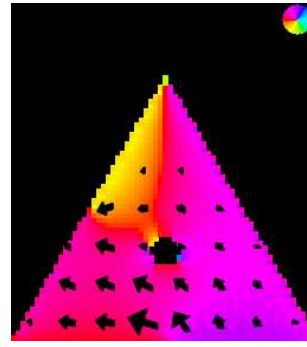


図 8.18: 電流を右側から左側に流した場合における  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の電流密度分布

図 8.15 から図 8.18 より三角形モデルにおける中心の円のサイズを変更しても各場所における電流密度分布に大きな違いはないとわかった。

### 8.2.2 三角形モデルにおけるスカーミオンのスピン電流駆動

図 8.10、図 8.11、図 8.13、図 8.14 で求めた結果を用いて、三角形モデルにおけるスカーミオンのスピン電流駆動を行う。まず、初期磁化状態においてスカーミオンを三角形領域の端に配置した。図 8.19 で  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$  における初期磁化状態を表す。三角形領域の端に配置し

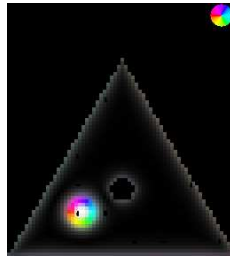
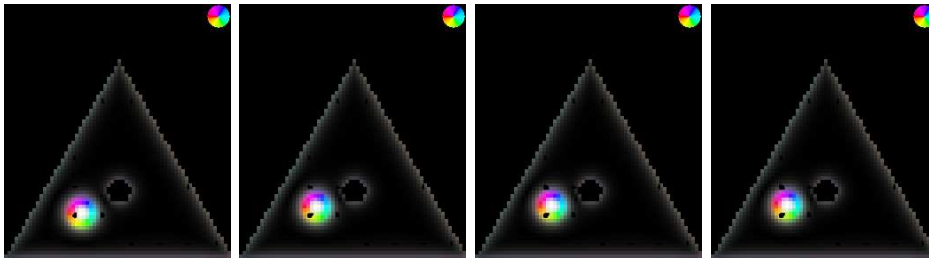


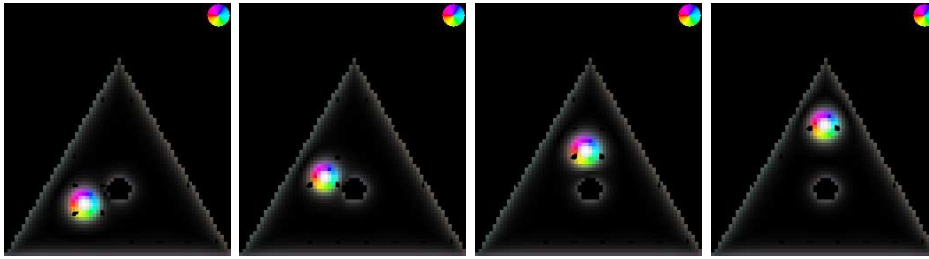
図 8.19:  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$  における初期磁化状態

たスカーミオンを電流駆動させることによって、初期配置とは別の端に移動させた。図 8.20 から図 8.23 でスカーミオンの時間変化を示す。



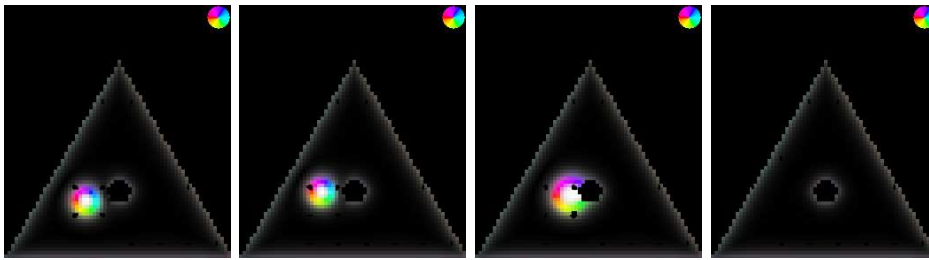
(a)  $t = 1 \text{ ns}$       (b)  $t = 5 \text{ ns}$       (c)  $t = 10 \text{ ns}$       (d)  $t = 20 \text{ ns}$

図 8.20:  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$ 、 $u = 3 \text{ m/s}$  における磁化状態



(a)  $t = 3 \text{ ns}$       (b)  $t = 8 \text{ ns}$       (c)  $t = 10 \text{ ns}$       (d)  $t = 15 \text{ ns}$

図 8.21:  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$ 、 $u = 5 \text{ m/s}$  における磁化状態



(a)  $t = 3 \text{ ns}$       (b)  $t = 4 \text{ ns}$       (c)  $t = 4.8 \text{ ns}$       (d)  $t = 5 \text{ ns}$

図 8.22:  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$ 、 $u = 7 \text{ m/s}$  における磁化状態

次に電子を左側から右側へ流した際の結果を図 8.23 に示す。

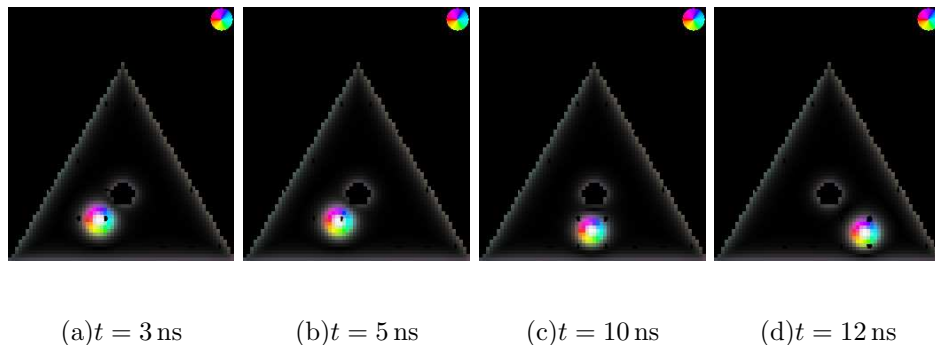


図 8.23:  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$ 、 $u = 5 \text{ m/s}$  における磁化状態

次に  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$ 、 $u = 5 \text{ m/s}$  におけるスカーミオンの移動速度の時間変化について、図 8.24 に示す。

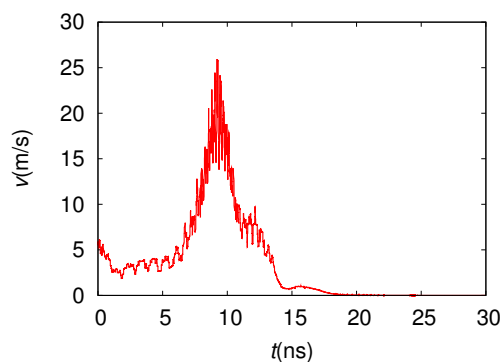
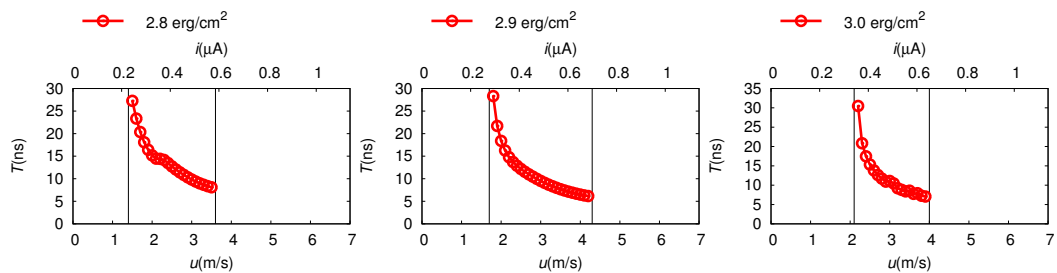


図 8.24:  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$ 、 $u = 5 \text{ m/s}$  におけるスカーミオンの移動速度の時間変化

図 8.23 と図 8.24 より  $t = 3 \text{ ns}$  等の三角形の中心に配置した穴の付近にスカーミオンが到達した時、スカーミオンの移動速度が低下したことがわかった。また、 $8 \text{ ns}$  付近においてスカーミオンが三角形の中心の穴から離れる際、急激にスカーミオンの移動速度が増加したことがわかった。このことから三角形の中心の穴によって、スカーミオンの移動速度が遅くなってしまうと考えられる。

また、三角形方式の書き込み時間と書き込み可能な電流値の範囲を調べるため、スカーミオンの中心が隣接領域に入った時刻と電流の関係を図 8.25、図 8.26 に示す。そして、三角形方式の書き込み速度と電流の関係を調べるため、スカーミオンの中心が隣接領域に入った時刻の逆数と電流の関係を図 8.27、図 8.28 に示す。

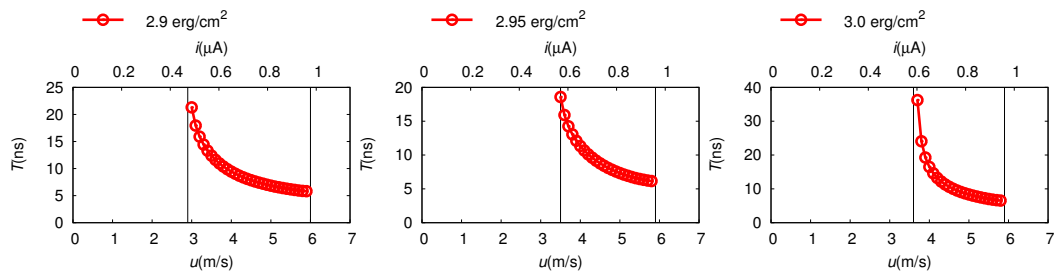


(a)  $D = 2.8 \text{ erg/cm}^2$

(b)  $D = 2.9 \text{ erg/cm}^2$

(c)  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$

図 8.25:  $L_C = 10 \text{ nm}$  時の移動領域への到達時間

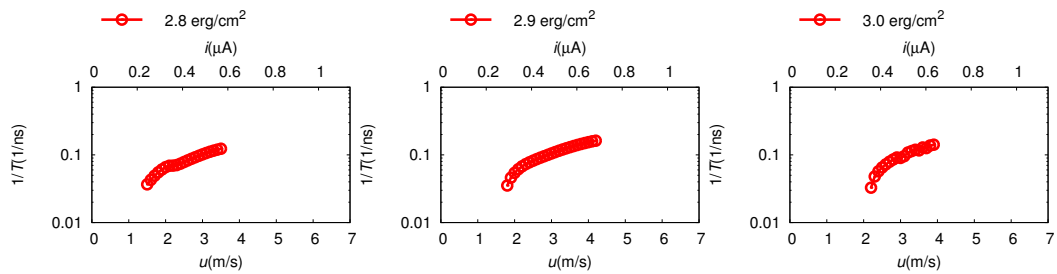


(a)  $D = 2.9 \text{ erg/cm}^2$

(b)  $D = 2.95 \text{ erg/cm}^2$

(c)  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$

図 8.26:  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の移動領域への到達時間

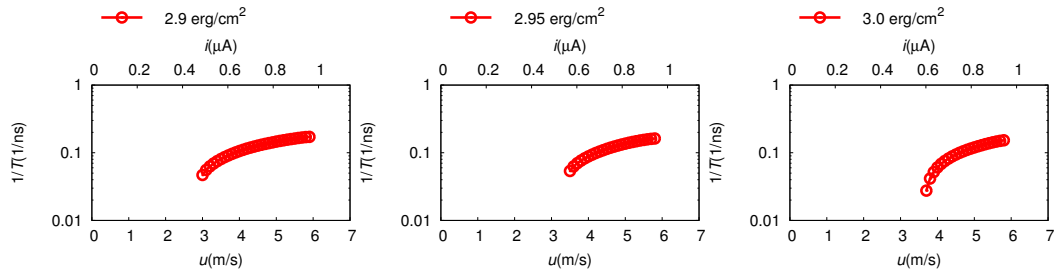


(a)  $D = 2.8 \text{ erg/cm}^2$

(b)  $D = 2.9 \text{ erg/cm}^2$

(c)  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$

図 8.27:  $L_C = 10 \text{ nm}$  時の移動領域への到達時間



(a)  $D = 2.9 \text{ erg/cm}^2$

(b)  $D = 2.95 \text{ erg/cm}^2$

(c)  $D = 3.0 \text{ erg/cm}^2$

図 8.28:  $L_C = 20 \text{ nm}$  時の移動領域への到達時間

図 8.25、図 8.26 よりスカーミオンの移動が可能な電流が  $0.2 \sim 1.0 \mu\text{A}$  程度であることがわかった。このことから、ナノピラータイプと比較すると、情報の書き換えに必要な電流の値は 1000 分の 1 以下であることがわかった。これより、スカーミオン MRAM の低消費電力化という観点では面内方向にスピン電流を印加する方式のほうが非常に優れているといえる。また、図 8.27、図 8.28 より電流値が大きいほどスカーミオンの移動速度が速くなることがわかった。以上より、電流値がより大きくてもスカーミオンが消滅しない方式を考案することができれば、スカーミオン MRAM の書き込み時間の短縮に繋がるのではないかと考えられる。

最後にナノピラー型モデルと三角形モデルに対する単位面積あたりの情報量を比較する。まず、ナノピラー型モデルが書き込める状態は「0」、「1」の二状態であるため  $L_D = 100 \text{ nm}$  の円盤の単位面積あたりの情報量は約  $2.546 \times 10^{-4} \text{ bit/nm}^2$  であり、 $L_D = 200 \text{ nm}$  の円盤の単位面積あたりの情報量は約  $0.6366 \times 10^{-4} \text{ bit/nm}^2$  である。また、三角形モデルが書き込める状態は「0」、「1」、「2」の三状態であるため一辺の長さが  $200 \text{ nm}$  の正三角形の単位面積あたりの情報量は約  $1.732 \times 10^{-4} \text{ bit/nm}^2$  である。以上より三角形モデルは  $L_D = 200 \text{ nm}$  のナノピラー型モデルよりも単位面積あたりの情報量が多く、 $L_D = 100 \text{ nm}$  のナノピラー型モデルよりも単位面積あたりの情報量が少ないことがわかった。

本論文では三角形スカーミオン MRAM の熱安定性について検討していないため、今後の課題として三角形スカーミオン MRAM の熱安定性について検討する必要がある。

## 8.3 まとめ

実際に MRAM においてスカーミオンを用いた場合の動作を解析するため、シミュレーションによってスカーミオン MRAM の動作を解析した。本研究では、MRAM にスピン電流を加えることを想定した。

まず、スカーミオン MRAM の制御方法の一つとして面直方向からスピン電流を印加することでスカーミオンの生成・消滅を行うナノピラー方式の MRAM についての動作を検討した。図 8.7 より電極の直径が大きくなるほどスカーミオン生成に必要な電流密度の値は小さくなることが分かった。また、電極の直径を変化させた場合、円盤の直径が  $100 \text{ nm}$  よりも  $200 \text{ nm}$  の方が電流密度の値が小さくなることがわかった。図 8.8 より電極の直径が大きいほどスカーミオン生成に必要な電流の値は大きくなることがわかった。また、電極の直径を変化させた場合、円盤の直径が  $100 \text{ nm}$  よりも  $200 \text{ nm}$  の方が電流の値が小さくなることがわかった。これより、電流量を減らすためには電流密度の値を減らすよりも電極の面積を減らす方が効果的であると考えられる。また、本研究の条件ではスカーミオンの生成に必要な電流値は  $1 \sim 10 \text{ mA}$  程度であることがわかった。

最後に、他のスカーミオン MRAM の制御方法として面内方向にスピン電流を印加することでスカーミオンの駆動を行う方式の MRAM についての動作を検討した。図 8.27、図 8.28 より電流値が大きいほどスカーミオンの移動速度が速くなることがわかった。また、図 8.25、図 8.26 よりスカーミオンの移動が可能な電流が  $0.2 \sim 1.0 \mu\text{A}$  程度であることがわかった。そして、ナノピラータイプと比較すると、情報の書き換えに必要な電流の値は 1000 分の 1 以下であることがわかった。これより、スカーミオン MRAM の低消費電力化という観点では面内方向にスピン電流を印加する方式のほうが非常に優れているといえる。

## 第9章 まとめ

現在、コンピュータ等で使われている DRAM というメモリは停電などで電力の供給ができなくなった場合、コンピュータに保存していた情報が消えてしまう。これを改善するために MRAM という不揮発性メモリの研究がされている。スカーミオンという磁化構造を用いることで MRAM の記憶容量を上げる可能性がある。そこでスカーミオンを用いた MRAM を安定かつ低消費電力で動作できる条件を調べることが課題となっている。しかし、実験では様々な材料や MRAM の構造を調べなければならないため非常に困難である。そこで本研究ではシミュレーションによってスカーミオン MRAM に適している材質と構造を調べた。

本論文ではスカーミオンによって MRAM が安定かつ低消費電力で動作できる条件を調査することを目的とし、作成したプログラムの先行論文の追試によっての確認、GPU を用いたプログラムの高速化、高速化プログラムを用いたスカーミオンの安定条件の計算、スピン電流を用いたスカーミオン MRAM のシミュレーション解析を行った。

まずはじめに、加えた DMI 効果の妥当性を検討するために、先行論文 [8] と原子磁気モーメントの状態と DMI 定数と境界部における磁化の傾きの比較を行った。このモデルでは DMI 定数が  $3.0 \text{ mJ/m}^2$  での原子磁気モーメントの状態が定量的に一致した。また DMI 定数と境界部における磁化の傾きが先行論文の値と一致した。

1 次元薄膜モデルによって 1 次元でのシミュレーションが可能であることが確認できたため、プログラムを 2 次元に拡張した。2 次元のシミュレーションにおいて DMI 効果を LLG 方程式に加えることでスカーミオンが生成できることを確認を行うため、円盤モデルによって先行論文 [8] と同じ条件で実験を行った。このモデルによって先行論文の値と一致したことが確認できた。

先行論文との比較を行った際、格子間隔が荒いシミュレーションではスカーミオンが消滅してしまったため、格子間隔を狭める必要があることが分かった。格子間隔を狭める場合、計算点数が増加することによってシミュレーションにおける計算時間が大幅に増えるため GPU による高速化を行った。GPU による高速化では、GPU を用いることによって実効磁界計算が 100 倍以上高速化された。また、GPU による単精度と倍精度の計算時間の比較を行った結果、単精度を使用した方が倍精度よりも 3 倍以上の高速化となった。そして、高速化した実効磁界計算を用いて、オイラー法の計算を行うプログラムを作成した。オイラー法の計算を行うプログラムにおいて、オイラー法の 100 ステップあたりの平均と RK4 の 100 ステップあたりの平均では計算点数が多いほど高速化率が高いことを確認し、実際に用いる計算点数である 65536 点ではオイラー法を 1 ステップ実行したときの高速化率は 35 倍程度、RK4 を 1 ステップ実行したときの高速化率は 65 倍程度となった。

次に高速化したプログラムを用いて、異方性定数と DMI 定数の関係に注目し、それらが変化したときのスカーミオンの直径を調べた。ここでは異方性定数の値が大きくなるほどスカーミオンの直径が小さくなり、スカーミオンが消滅した。この原因として、磁性体の異方性が上がると  $z$  軸方向を向く力が弱くなり、結果として磁化がねじれにくくなりスカーミオンが小さくなると考えられる。異方性定数が  $4.3 \text{ Merg/cm}^3$  以下では原子磁気モーメントが面内方向を向くようになり、スカーミオンでは無くなった。また、DMI 定数の値が大きい場合、スカーミオンが円形では無くなった。そして、DMI 定数の値が小さい場合、スカーミオンは消滅してしまった。この実験より異方性定数が  $4.4 \sim 6.0 \text{ Merg/cm}^3$  程度であれば十分観測可能であることがわかった。

そして、MRAM では「0」と「1」に対応する二つの磁化構造を利用するが、両者のエネルギーが



極端に異なる場合、片方の状態が不安定となるために、メモリとして使用できない。このため、二状態のエネルギーが同程度であること (エネルギー均衡性) が必要となる。そこで、スカーミオンが存在しない状態を「0」、スカーミオンが存在する状態を「1」とした時のエネルギーの差が小さい情報のエネルギーが等しくなる条件を調べた。ここでは異方性定数の値が大きくなるほどスカーミオン存在・消滅時のエネルギー差が小さくなり、DMI 定数の値が大きくなるほどスカーミオン存在・消滅時のエネルギー差が大きくなることがわかった。これよりスカーミオンの直径と存在・消滅時のエネルギー差が類似していることがわかった。また、スカーミオン存在・消滅時のエネルギー差がない条件は  $4.3 \text{ Merg/cm}^3$  から  $6.0 \text{ Merg/cm}^3$ 、 $0.4 \text{ erg/cm}^2$  から  $1.3 \text{ erg/cm}^2$  であり、この場合のスカーミオンの直径が  $100 \text{ nm}$  程度であることがわかった。

続いて、MRAM が安定に動作するためには書き込まれた情報が保持され続ける必要がある。この書き込まれた情報が保持できる期間は熱安定性によって求められる。これより熱安定性を調べるためにはエネルギーバリアを求める必要があるため、スカーミオンが存在している状態のエネルギーバリアについて調べた。ここでは異方性定数の値が大きくなるほどスカーミオンのエネルギーバリアが小さくなり、DMI 定数の値が大きくなるほどスカーミオンのエネルギーバリアが大きくなることがわかった。これよりスカーミオン存在・消滅時のエネルギー差と同様にスカーミオンの直径とエネルギーバリアが類似していることがわかった。また、情報の保持が 10 年間可能なエネルギーバリアである  $\Delta E \approx 2.5 \text{ perg}$  となるのは  $4.4 \text{ Merg/cm}^3$  から  $6.0 \text{ Merg/cm}^3$ 、 $0.4 \text{ erg/cm}^2$  から  $1.2 \text{ erg/cm}^2$  であり、この場合のスカーミオンの直径が  $80 \sim 100 \text{ nm}$  程度であることがわかった。

最後に、MRAM においてスカーミオンを用いた場合の動作を解析するため、シミュレーションによって先行論文で提案されたナノピラー方式 [8] と本論文で新たに提案した三角形方式についてのスカーミオン MRAM の動作を解析した。そして、二つの方式についての消費電力の比較を行った。

まず、面直方向からスピンの電流を印加することでスカーミオンの生成・消滅を行うナノピラー方式の MRAM についての動作を検討した。ここでは電極の直径が大きくなるほどスカーミオンを生成させるために必要な電流密度の値は小さくなることが分かった。また、電極の直径を変化させた場合、円盤の直径が  $100 \text{ nm}$  よりも  $200 \text{ nm}$  の方が電流密度の値が小さくなることがわかった。しかし電極の直径が大きいほどスカーミオンを生成させるために必要な電流の値が大きくなることがわかった。また、電極の直径を変化させた場合、円盤の直径が  $100 \text{ nm}$  よりも  $200 \text{ nm}$  の方が電流の値が小さくなることがわかった。そして、スカーミオンの生成に必要な電流値は  $1 \sim 10 \text{ mA}$  程度であることがわかった。

次に、他のスカーミオン MRAM の制御方法として面内方向にスピン電流を印加することでスカーミオンの駆動を行う方式の MRAM についての動作を検討した。ここでは電流値が大きいほどスカーミオンの移動速度が速くなることがわかった。また、スカーミオンの移動が可能な電流が  $0.2 \sim 1.0 \mu\text{A}$  程度であることがわかった。そして、スピン電流を面直方向から印加する方式と比較すると、情報の書き換えに必要な電流の値は 1000 分の 1 以下であることがわかった。これより、スカーミオン MRAM の低消費電力化という観点では面内方向にスピン電流を印加する方式のほうが非常に優れているといえる。

本論文ではランダムアクセス性を持ったメモリに注目した。このランダムアクセス性のあるメモリは直接情報の読み書きが可能であるため高速な動作が可能となる。対して、ランダムアクセス性を持たないメモリは情報を先頭から順番に読み書きを行うためランダムアクセス性を持つメモリよりも高速な動作が行えない。レーストラックメモリやリング型スカーミオンメモリ等のメモリはランダムアクセス性を持たないため、スカーミオン MRAM よりも高速な動作が見込めない。

本論文では三角形スカーミオン MRAM の熱安定性について検討していないため、今後の課題として三角形スカーミオン MRAM の熱安定性について検討する必要がある。

## 参考文献

- [1] N. Nagaosa,*et. al*, Nat. Nanotechnol. **46**, 074003(2013)
- [2] T. H. R. Skyrme, Proc. Roy. Soc. Lond. A **31**, 556(1962)
- [3] X. Yu,*et. al*, Natl Acad. Sci USA. **109**, 8856-8860(2013)
- [4] K L Wang,*et. al*, J. Phys. D **46**, 074003(2013)
- [5] 金沢 直也,*et. al*, 日本結晶学会誌 **53**, 274-279 (2011)
- [6] Albert Fert,*et. al*, Nat. Nanotechnol. **8**, 152-156(2013)
- [7] Junichi Iwasaki,*et. al*, Nat. Nanotechnol.**8**, 742-747(2013)
- [8] S. Rohart , A. Thiaville , APS Physics **88**, 184422(2013)
- [9] Y.Nakatani, Y.Uesaka and N.Hayashi, J.J.A.P., **28**, 2485-2507(1989)
- [10] H.Fukushima, Y.Nakatani, and N.Hayashi, IEEE. Trans. Magn, **34**, 193-198(1998)
- [11] N. Hayashi, K. Saito and Y. Nakatani, J.J.A.P., **35**, 6065-6073(1996)
- [12] J. Sampaio ,*et. al*, NNano **8**, 839-844(2013)
- [13] H. Katsura ,*et. al*, Phys. Rev. Lett. **95**, 057205(2013)
- [14] Josha A. Anderson ,*et. al*, J. Comput. Phys. **227**, 5342-5359(2008)
- [15] C. Burrus , *et. al*, IEEE TRANS ACOUST. **29**, 806-817(1981)
- [16] K. Yamada , *et. al*, Appl. Phys. Lett. **106**, 042402(2015)
- [17] W.S. Zhao , *et. al*, MICROEL REL. **52**, 1848-1852(2012)
- [18] R. H. Victora , Phys. Rev. Lett. **63**, 457-460(1989)
- [19] J. Miltat , *et. al*, J. Appl. Phys. Lett. **89**, 6982(2001)
- [20] A. Thiaville , *et. al*, Europhys. Lett. **69**, 990-996(2005)

# 謝辞

本研究を進めるにあたり、御指導を頂いた電気通信大学教授 仲谷 栄伸先生に感謝致します。また、岐阜大学 山田 啓介助教、電気通信大学博士前期課程 2015 年修了生 入江 将太氏、中村 慧氏、同大学博士前期課程 2016 年修了生 村山 創氏、林田 洋喜氏、同大学 2015 年卒業生 大久保 雄介氏には多くの知識や示唆を頂きました。ここに感謝の意を表します。