

拡大系に対する周期的事象駆動制御系の設計

市原 裕之*・山本 将史**・澤田 賢治***

Periodic Event-triggered Control for Extended Plants

Hiroyuki ICHIHARA*, Masashi YAMAMOTO** and Kenji SAWADA***

This paper presents a design method of static output feedback controllers that guarantees asymptotic stability for an extended plant of linear discrete-time systems with a periodic event-triggering condition based on the output error. The extended plant consists of an original plant and a filter that generates the input signal to the plant. Then the proposed static output feedback controller generates the auxiliary input from the triggered output signal of the plant. The design conditions proposed are reduced to convex conditions, while conventional design methods of static feedback controllers need some approximation. Numerical examples illustrate the effectiveness of the proposed event-triggered control.

Key Words: networked control system, event-triggered control, extended plant, linear matrix inequality

1. はじめに

デジタル制御系において周期的に制御動作を更新する実装に対し、必要に応じたタイミングで制御動作を更新する実装として事象駆動制御が知られている^{1)~3)}。事象駆動制御では、現時刻の観測に基づいてある条件を連続的にモニタリングし、条件を満たす場合に事象が発生したとみなし制御動作を更新する。その条件はしばしば事象駆動条件と呼ばれる。非周期的な制御動作を導入することで事象発生率を低く抑えることができれば、たとえば、ネットワーク化制御系における通信量の制約などに対応することが期待できる。ただし、事象駆動条件による制御動作の更新間隔が限りなく短くなる可能性があるといった理論的かつ実用的な問題点が指摘されている。

前述の問題点に対応する1つの方法として、制御動作の更新を観測周期のタイミングで判断する周期的事象駆動制御⁴⁾が提案されている。更新間隔が観測周期の整数倍であるため、

更新間隔に関する問題点は回避できる。文献5)では、ネットワーク化制御系に現われる入力むだ時間を有する線形システムに対して、与えられた事象駆動条件のもとで二次形式の評価関数を最小化する状態フィードバック制御による周期的事象駆動制御系を線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 条件を解いて設計する実用的な定式化を行なっている。事象駆動条件としては、状態誤差および入力誤差に基づく条件を導入している。状態誤差に基づく事象駆動条件では、現時刻に最も近い制御動作更新時の状態変数と観測時のそれとの差と観測時の状態とを比較している。しかしながら、この手法で提案されるLMIの設計条件は行列不等式による近似を用いて導出されている。この点を改善しながら、状態変数をすべて観測できない場合にも対応できることが望まれる。一方、文献6)では与えられたオブザーバに対する状態フィードバック制御器、文献7)では動的な出力フィードバック制御器を設計するためのLMI条件をそれぞれ与えている。前者は制御器構造の制約のため、後者は制御対象の入力側と出力側に別々の事象駆動条件を準備する必要があるため、得られる設計条件は保守的になると考えられる。

本研究では、制御対象を含む拡大系を構成し、拡大系に対する周期的事象駆動制御系を設計することで、上述の問題点を回避する。拡大系では制御対象の入力を生成する動的なフィルタを導入する一方、制御器では制御対象の出力からフィルタへの補助入力を生成する定数出力フィードバック制御を採用する。このような制御機構において、与えられた事象駆動条件に対して、フィルタの係数行列と制御器のゲイン行列を同時設計するLMI条件を与える。

以下、2章では問題設定と既存結果について述べる。3章は主結果であり、拡大系について述べ、それに対する事象駆動

* 明治大学理工学部 川崎市多摩区東三田 1-1-1

** キヤノン (株) デジタルビジネスプラットフォーム開発本部
東京都大田区下丸子 3 丁目 30 番 2 号

*** 電気通信大学 I-Power エネルギー・システム研究センター
調布市調布ヶ丘 1-5-1

* School of Science and Technology, Meiji University, 1-1-1
Higashi-mita, Tama-ku, Kawasaki

** Digital Business Platform Development Div., Canon Inc.,
3-30-2 Shimomaruko, Ota-ku, Tokyo

*** Info-Powered Energy System Research Center, The University of Electro-Communications, 1-5-1 Chofugaoka, Chofu

(Received October 13, 2019)

(Revised January 8, 2020)

制御系の設計について述べる。4章では、3章の結果を用いて、二次評価関数を導入した最適制御について述べる。5章では提案した設計法の有効性を数値計算で検証する。6章で本論文をまとめる。

本論文では、以下の記号を用いる。\$\mathbb{R}\$ は実数の集合、\$\mathbb{R}^n\$ は \$n\$ 次元実ベクトルの集合、\$\mathbb{R}^{n \times m}\$ は \$n \times m\$ 実行列の集合、\$\mathbb{S}^n\$ は \$n\$ 次実対称行列の集合、\$I\$ は単位行列である。また、\$\text{tr}(A)\$ は正方行列 \$A\$ のトレース、\$A \succ (\succeq) 0\$ は対称行列 \$A\$ が正定 (半正定) であることを表わす。スカラ \$a_i \in \mathbb{R}\$ (\$i = 1, \dots, N\$) に対して \$\text{diag}(a_1, \dots, a_N) \in \mathbb{R}^{N \times N}\$ は対角行列、行列 \$A_i\$ (\$i = 1, \dots, N\$) に対して \$\text{blkdiag}(A_1, \dots, A_N)\$ はブロック対角行列、\$\|x\|\$ は \$x \in \mathbb{R}^n\$ のユークリッドノルムである。さらに、対称ブロック行列に関して、

$$\begin{bmatrix} A & * \\ B & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B^\top \\ B & C \end{bmatrix}, \quad B^\top A \begin{bmatrix} * \\ * \end{bmatrix} = B^\top AB$$

と表記することがある。また、連続的な信号 \$z(t)\$ (\$t \ge 0\$) に対して、一定のサンプリング間隔 \$h\$ で離散化した信号を \$z[k] := z(kh)\$ (\$k = 0, 1, \dots\$) と表記する。

2. 問題設定

つぎの離散時間システムで表わされる制御対象を考える。

$$x_p[k+1] = A_p x_p[k] + B_p u[k] \quad (1)$$

$$y[k] = C_p x_p[k] \quad (2)$$

ここで、\$x_p \in \mathbb{R}^n\$ は制御対象の状態、\$u \in \mathbb{R}^m\$ は制御入力、\$y \in \mathbb{R}^p\$ は出力、\$A_p, B_p, C_p\$ は適当なサイズの実行列である。システム(1)式に対して、つぎの事象駆動条件を考える。

$$\begin{aligned} & \|\hat{y}[k-1] - y[k]\|^2 \\ & > \sigma^2 (\mu \|y[k]\|^2 + (1-\mu) \|u[k]\|^2) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、\$\sigma > 0\$, \$\mu \in [0, 1]\$ はそれぞれスカラの調整パラメータ、\$\hat{y}\$ は次式を満たす信号とする。

$$\hat{y}[k] := \begin{cases} y[k] & \text{Eq.(3) holds at } k \\ \hat{y}[k-1] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

信号 \$\hat{y}[k]\$ を受け取り \$u[k]\$ を生成するなんらかの制御機構を与えるとき、時刻 \$k\$ において条件(3)式を満たす場合、(4)式に従って \$\hat{y}[k] = y[k]\$ とする。一方、(3)式を満たさない場合、\$\hat{y}[k] = \hat{y}[k-1]\$ とする。(3)式は、現在の出力を基準とし過去の出力との差、つまり出力誤差が大きくなる時に満たされる。

本論文では、制御対象(1), (2)式に対して、事象駆動条件を(3)式とする事象駆動制御系が漸近安定となるための1つの制御機構とその設計法を明らかにする。

この課題に対しては、(2)式において \$C_p = I\$, (3)式において \$\mu = 1\$ の場合に、静的な状態フィードバック制御則

$$u[k] = K \hat{y}[k] \quad (5)$$

を用いて事象駆動制御系を漸近安定にすることができる。文献5) (Theorem 3.1) から、1つの設計条件をつぎの補題と与えることができる。ただし、\$K\$ は適当なサイズの実行列とする。

補題 1 与えられた \$\sigma > 0\$ に対して、(3)式を事象駆動条件とする事象駆動系(1), (2), (5)式が漸近安定となるための十分条件は

$$\begin{bmatrix} S & 0 & SA_p^\top + W^\top B_p^\top & S \\ 0 & 2S - \kappa I & W^\top B_p^\top & 0 \\ A_p S + B_p W & B_p W & S & 0 \\ S & 0 & 0 & \frac{\kappa}{\sigma^2} I \end{bmatrix} \succ 0 \quad (6)$$

となる \$\kappa > 0\$, \$S \in \mathbb{S}^n\$, \$W \in \mathbb{R}^{m \times n}\$ が存在することである。ただし、\$C_p = I\$, \$\mu = 1\$ とする。このとき、\$P = S^{-1}\$, \$K = WS^{-1}\$ である。

文献5) では、入力むだ時間系に対してサンプル値を考慮したコスト最小化問題の解として一般化した形で命題が与えられており、補題1の拡張性は高いと考えられる。また、その設計条件は条件(6)と同様に変数 \$\kappa, S, W\$ についてLMIであるため、実用性についても高いと考えることができる。しかしながら、(6)式の導出においては、不等式

$$\kappa^{-1} S^2 \succeq 2S - \kappa I$$

を用いた線形化を行なっている。上式の等号は \$S = \kappa I\$ のときに成立する。しかし、何らかの最適化を実行して得られる \$S\$ がこの構造をもつことはまれである。したがって、(5)式の \$K\$ を設計する条件は本質的に凸ではない。

3. 拡大系に対する事象駆動制御系

制御対象(1), (2)式に対して、つぎのフィルタを導入する。

$$x_f[k+1] = A_f x_f[k] + v_1[k] \quad (7)$$

$$u[k] = C_f x_f[k] + v_2[k] \quad (8)$$

ただし、\$x_f \in \mathbb{R}^n\$ はフィルタの状態、\$v_1 \in \mathbb{R}^n\$, \$v_2 \in \mathbb{R}^m\$ は補助入力である。また、\$A_f, C_f\$ は適当なサイズの行列である。フィルタ(7), (8)式は制御対象(1), (2)式とともに拡大系を構成する。一方、信号 \$\hat{y}[k]\$ から \$v_1[k], v_2[k]\$ を生成するために、次式の静的なフィードバック制御則を用いる。

$$\begin{bmatrix} v_1[k] \\ v_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \hat{y}[k] \quad (9)$$

ここで、\$F_1, F_2\$ は適当なサイズの行列である。事象駆動制御系(1), (2), (7)~(9)式からなる制御機構を **Fig. 1** に示す。破線で囲まれた部分が拡大系を表わしている。制御器(9)式で生成された \$v_1[k], v_2[k]\$ は、フィルタ(7), (8)式を通して、制御対象(1), (2)式に加えられる。出力 \$y[k]\$ は事象駆動条件(3)式に従って \$\hat{y}[k]\$ となり、制御器(9)式に加えられる。拡大系側で条件(3)式の判定が可能であるので、拡大系や制御器と

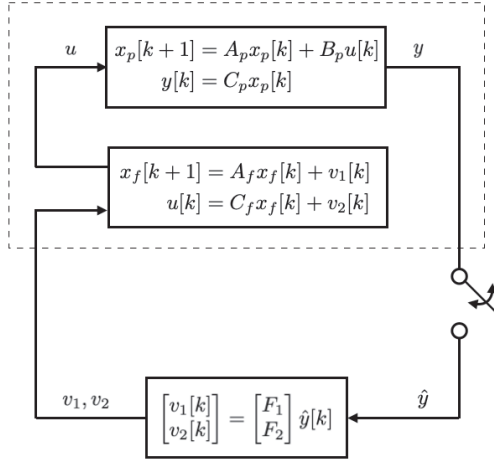


Fig. 1 Event-triggered control for extended plant

は別にスーパーバイザを設置する必要はない。ただし、事象駆動制御系(1), (2), (5)式と比べて、制御器側から拡大系側へ渡す信号の次元は大きい。

事象駆動制御系(1), (2), (7)~(9)式は、次式のように書き表わすことができる。

$$x[k+1] = Ax[k] + Bw[k] \quad (10)$$

$$y[k] = Cx[k] \quad (11)$$

$$u[k] = Ex[k] + Fw[k] \quad (12)$$

ここで、 $x = [x_p^\top \ x_f^\top]^\top \in \mathbb{R}^{2n}$, $w[k] = \hat{y}[k] - y[k] \in \mathbb{R}^p$,

$$A = \begin{bmatrix} A_p + B_p F_2 C_p & B_p C_f \\ F_1 C_p & A_f \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_p F_2 \\ F_1 \end{bmatrix}$$

$$C = [C_p \ 0], \quad E = [F_2 C_p \ C_f], \quad F = F_2$$

である。時刻 k において(3)式が成立するとき、(4)式から $\hat{y}[k] = y[k]$ となる。また、(3)式が成立しないとき、同様に $\hat{y}[k] = \hat{y}[k-1]$ となる。以上から、

$$\|w[k]\|^2 \leq \sigma^2 (\mu \|y[k]\|^2 + (1-\mu) \|u[k]\|^2)$$

が常に成立する。(11), (12)式を使って書き換えると

$$\begin{bmatrix} x[k] \\ w[k] \end{bmatrix}^\top \left(\begin{bmatrix} \sigma^2 \mu C^\top C & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} + \sigma^2 (1-\mu) \begin{bmatrix} E^\top \\ F^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & F \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x[k] \\ w[k] \end{bmatrix} \geq 0 \quad (13)$$

を得る。また、システム(10)式に対するリアプノフ関数の候補を $\mathcal{V}(x) = x^\top \mathcal{P}x$ とする。ただし、 $0 \prec \mathcal{P} \in \mathbb{S}^{2n}$ とする。このとき、事象駆動制御系(1), (2), (7)~(9)式が漸近安定であるためには、(13)式を満たす x, w に対して、 $\mathcal{V}(x[k+1]) < \mathcal{V}(x[k])$, すなわち、つぎの不等式が成立すればよい。

$$\begin{bmatrix} x[k] \\ w[k] \end{bmatrix}^\top \left(- \begin{bmatrix} A^\top \\ B^\top \end{bmatrix} \mathcal{P} \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. + \begin{bmatrix} \mathcal{P} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x[k] \\ w[k] \end{bmatrix} > 0 \quad (14)$$

以上の準備のもとで、(13)および(14)式に S-procedure⁸⁾ (付録 A の補題 3) を適用し適当な変数変換⁹⁾ を施すことで、つぎの定理を得る。

定理 1

与えられた $\sigma > 0$, $\mu \in [0, 1]$ に対して、(3)式を事象駆動条件とする事象駆動制御系(10)~(12)式が漸近安定となるための十分条件は、

$$\begin{bmatrix} \Xi_{\mathcal{P}} & 0 & \Xi_A^\top & \rho_a(\alpha) \Xi_C^\top & \rho_b(\alpha) \Xi_E^\top \\ 0 & \alpha I & \Xi_B^\top & 0 & \rho_b(\alpha) M^\top \\ \Xi_A & \Xi_B & \Xi_{\mathcal{P}} & 0 & 0 \\ \rho_a(\alpha) \Xi_C & 0 & 0 & I & 0 \\ \rho_b(\alpha) \Xi_E & \rho_b(\alpha) M & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \succ 0 \quad (15)$$

を満たす $X \in \mathbb{S}^n$, $Y \in \mathbb{S}^n$, $W \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $U \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $R \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $M \in \mathbb{R}^{m \times p}$, $\alpha > 0$ が存在することである。ただし、

$$\Xi_{\mathcal{P}} = \begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix}, \quad \Xi_A = \begin{bmatrix} X A_p + U C_p & W \\ A_p + B_p M C_p & A_p Y + B_p R \end{bmatrix}$$

$$\Xi_B = \begin{bmatrix} U \\ B_p M \end{bmatrix}, \quad \Xi_C = [C_p \ C_p Y], \quad \Xi_E = [M C_p \ R]$$

$$\rho_a(\alpha) = \sigma \sqrt{\alpha \mu}, \quad \rho_b(\alpha) = \sigma \sqrt{\alpha(1-\mu)}$$

である。 $Z = X - Y^{-1}$ とするとき、フィルタ(7), (8)式、制御則(9)における係数行列はつぎのように与えられる。

$$\begin{bmatrix} A_f & F_1 \\ C_f & F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z & X B_p \\ 0 & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} W - X A_p Y & U \\ R & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Y & 0 \\ C_p Y & I \end{bmatrix}^{-1}$$

証明. 付録 B を参照せよ。■

定理 1 において α を固定すれば、(15)式は X, Y, W, U, R, M に関する LMI となる。したがって、 α に関するラインサーチで実行可能解を求めることができる。

定理 1 では、補題 1 における事象駆動条件を一般化するとともに、行列不等式近似を用いずに静的な出力フィードバック制御器の設計法を与えている。行列 A_f, C_f, F_1 を零行列にすれば制御則(5)式を用いた場合と制御機構は同じになるが、閉ループ系の漸近安定性は保証できないことに注意が必要である。S-procedure (付録 A の補題 3) を適用しているにもかかわらず必要性が主張できないのは、 x と w に相関があるためベクトル $[x^\top \ w^\top]^\top$ として見たときに各要素が独立していないことが要因の 1 つとして知られている²⁾。

文献 6) では制御対象の後にオブザーバを配置する制御機構をとっており、ネットワークを隔てた制御対象側に何らかの計算機を導入できる状況が必要となる。本論文では、フィルタ(7), (8)式を制御対象(1), (2)式の前に配置しており、同様の状況が必要とされる。

4. 事象駆動制御系の最適制御

事象駆動制御系(10)~(12)式の制御性能を二次評価関数

$$\mathcal{J}_\infty = \sum_{k=0}^{\infty} \Delta \mathcal{J}(k) \quad (16)$$

で評価する。ここで、

$$\Delta \mathcal{J}(k) = \begin{bmatrix} x[k] \\ u[k] \end{bmatrix}^\top \mathcal{Q} \begin{bmatrix} x[k] \\ u[k] \end{bmatrix}, \quad \mathcal{Q} \succeq 0$$

である。(3)式を事象駆動条件とする制御系(10)~(12)式の性能を評価するには、(13)式を満たす x, w に対して、

$$\mathcal{V}(x[k+1]) < \mathcal{V}(x[k]) - \Delta \mathcal{J}(k) \quad (17)$$

が成立すればよい。 $\mathcal{V}(x) = x^\top \mathcal{P}x$ とすると、定理 1 の導出と同様の手順で、つぎの補題を得る。

補題 2 与えられた $\sigma > 0, \mu \in [0, 1]$ に対して、(3)式を事象駆動条件とする事象駆動制御系(10)~(12)式が漸近安定となるための十分条件は、

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathcal{M}(X, Y, W, U, R, M, \alpha) & \begin{bmatrix} \Pi_P^\top & 0 \\ \Xi_E & M \end{bmatrix}^\top \mathcal{Q}^{\frac{1}{2}} \\ \hline \mathcal{Q}^{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \Pi_P^\top & 0 \\ \Xi_E & M \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{array} \right] \succ 0 \quad (18)$$

を満たす $X \in \mathbb{S}^n, Y \in \mathbb{S}^n, W \in \mathbb{R}^{n \times n}, U \in \mathbb{R}^{n \times p}, R \in \mathbb{R}^{m \times n}, M \in \mathbb{R}^{m \times p}, \alpha > 0$ が存在することである。ただし、 $\mathcal{M}(X, Y, W, U, R, M, \alpha)$ は(15)式の左辺を表わし、 Π_P は(B.2)式に従う。 $Z = X - Y^{-1}$ とするとき、フィルタ(7)、(8)式、制御則(9)式における係数行列は定理 1 と同様に与えられる。

証明. 省略。 ■

ステップ $k = 0$ から ∞ までの(17)式を辺々を加え合わせると、

$$\mathcal{J}_\infty < x[0]^\top \mathcal{P}x[0] < \text{tr}(\mathcal{P})\|x[0]\|^2$$

を得る。とくに、フィルタ(7)、(8)式の初期状態を $x_f[0] = 0$ にとることにすれば、(B.3)式を考慮した評価関数 \mathcal{J}_∞ の上界は $x_p[0]^\top X x_p[0] < \text{tr}(X)\|x_p[0]\|^2$ と表わすことができる。したがって、つぎの最適化問題を解くことで、最適なフィルタおよび制御則の係数行列が定まる。

$$\min_{X, Y, W, U, R, M, \alpha} \text{tr}(X) \quad \text{subject to (18)} \quad (19)$$

定理 1 と同様に、 α に関するラインサーチを実行することによって、問題(19)の最適解を数値的に求めることができる。

5. 数値例

つぎの連続時間システムで表わされる制御対象を考える。

$$\dot{x}_p(t) = \mathcal{A}_p x_p(t) + \mathcal{B}_p u(t) \quad (20)$$

$$y(t) = \mathcal{C}_p x_p(t) \quad (21)$$

ここで、 $\mathcal{A}_p, \mathcal{B}_p$ は適当なサイズの行列、 h はサンプリング間隔である。状態と制御入力をサンプル点における値で評価するとき、システム(20)に対する評価関数は、 $0 \preceq \bar{\mathcal{Q}}_p \in \mathbb{S}^n, 0 < \bar{R} \in \mathbb{S}^m$ を重み行列として、次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \begin{bmatrix} x_p(s) \\ u(s) \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} \bar{\mathcal{Q}}_p & 0 \\ 0 & \bar{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(s) \\ u(s) \end{bmatrix} ds \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \int_{t_k}^{t_k+h} \begin{bmatrix} x_p(s) \\ u(s) \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} \bar{\mathcal{Q}}_p & 0 \\ 0 & \bar{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(s) \\ u(s) \end{bmatrix} ds \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \Delta J(k) \end{aligned} \quad (22)$$

ただし、 $t_k = kh$ とする。ここで、 \mathcal{Q}, \mathcal{Q} を次式を満たすように選ぶことができる。

$$\begin{aligned} \Delta J(k) &= \begin{bmatrix} x_p[k] \\ u[k] \end{bmatrix}^\top \mathcal{Q} \begin{bmatrix} x_p[k] \\ u[k] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_p[k] \\ x_f[k] \\ u[k] \end{bmatrix}^\top \mathcal{Q} \begin{bmatrix} x_p[k] \\ x_f[k] \\ u[k] \end{bmatrix} = \Delta \mathcal{J}(k) \end{aligned}$$

たとえば、

$$\mathcal{Q} = \int_0^h \begin{bmatrix} \hat{A}(\delta)^\top \bar{\mathcal{Q}}_p \hat{A}(\delta) & \hat{A}(\delta)^\top \bar{\mathcal{Q}}_p \hat{B}(\delta) \\ \hat{B}(\delta)^\top \bar{\mathcal{Q}}_p \hat{A}(\delta) & \hat{B}(\delta)^\top \bar{\mathcal{Q}}_p \hat{B}(\delta) + \bar{R} \end{bmatrix} d\delta$$

である。ただし、 $\hat{A}(\delta) = e^{\mathcal{A}_p \delta}, \hat{B}(\delta) = \int_0^\delta e^{\mathcal{A}_p s} ds \mathcal{B}_p$ である。つまり、評価関数(22)式は、(C.1)式の J_∞ および(16)式の \mathcal{J}_∞ としてどちらも同時に表わすことができる。また、システム(1)式の係数行列は、 $A_p = \hat{A}(h), B_p = \hat{B}(h)$ と表わすことができる。

本論文を通して、数値計算では MATLAB 2019a を用いた。とくに、最適化計算においては、パーサとして YALMIP¹⁰⁾、ソルバとして Mosek 9¹¹⁾ を用いた。システム(20)、(21)式の係数行列 $\mathcal{A}_p, \mathcal{B}_p, \mathcal{C}_p$ 、評価関数(22)式の重み行列 $\bar{\mathcal{Q}}_p, \bar{R}$ をつぎのように与える。

$$\mathcal{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1.001 & -0.5117 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2.916 & 30.05 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8455 \\ 0 \\ -2.461 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{C}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad h = 0.01$$

$$\bar{\mathcal{Q}}_p = \text{diag}(1, 1, 1, 1), \quad \bar{R} = 1$$

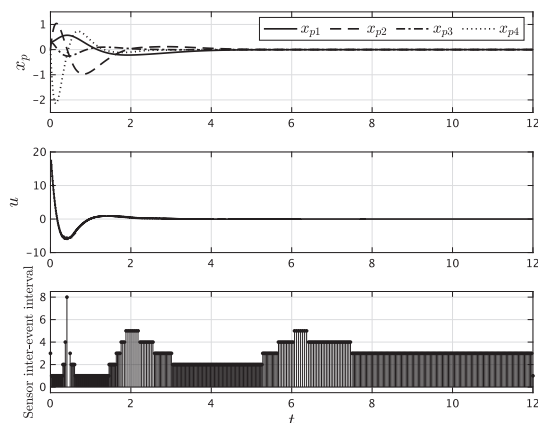


Fig. 2 Time history of event-triggered control system

補題 2 において, $\sigma = 0.02$, $\mu = 1$ として, 最適化問題(19)式を解いたところ, $\alpha = 250$ で最適値 $\text{tr}(X) = 426.48$ を得た. このときのフィルタ (7), (8)式, 制御則(9)式の係数行列

$$\begin{bmatrix} A_f & F_1 \\ C_f & F_2 \end{bmatrix}$$

はつぎのようになった.

$$\begin{bmatrix} -0.0315 & 0.0190 & -0.0330 & -0.0147 & -1.0089 & 0.0586 \\ -0.3118 & 1.0257 & -0.2864 & 0.0422 & -0.3194 & -0.5068 \\ 0.0289 & -0.0414 & 0.3871 & -0.0234 & 0.0622 & -0.4333 \\ -0.3773 & -0.2233 & -1.5404 & 0.7307 & -0.1958 & -0.3667 \\ -1.7550 & -5.4291 & 14.9577 & -6.8955 & 1.3377 & 52.3008 \end{bmatrix}$$

初期状態を $x_p[0] = [0.3 \ 0 \ 0.3 \ 0]^T$ および $x_f[0] = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ としたときの時間応答を Fig. 2 に示す. 上段は制御対象の状態 x_p , 中段は制御入力 u , 下段は事象が発生しなかったサンプリングの回数を表す. 状態は時刻 $t = 4$ 付近ではほぼ収束している. $t = 0.4$ 付近で 8 ステップにわたってサンプリングしていないが, フィルタが働いているため, 制御対象に加えらるる入力 u が一定値になることはない. このとき, $31.38 = \underline{\mathcal{J}}_\infty < \mathcal{J}_\infty < x_p[0]^T X x_p[0] = 42.83$, 事象発生率は 40.88% であった. $\underline{\mathcal{J}}_\infty$ は \mathcal{J}_∞ の下界値であり, この場合 $t = 0$ から 12 までの間の $\Delta \mathcal{J}(k)$ を加算した値としている. μ と σ を変えて設計した場合の性能を Table 1 にまとめる. μ を 1 とする場合, σ を大きくするにつれ事象発生率が低くなる傾向がある. また, μ を 0 に近づけると性能が悪化し問題(19)式が可解にならないこともあった. $\mu = 1$ のとき σ が小さすぎると数値的に不安定になることがあるが, $\mu < 1$ とすることで解消する傾向が見られた. ここで述べる数値的な不安定さとは, ラインサーチの際に近い値の α に対する最適値がばらつき, 問題(19)式的最適値を判別しづらくなることを指す. Table 1 の最終行は, 同じ重み行列で設計した事象駆動条件のない動的な出力フィードバックによる性能を表わしている. この評価関数の上界値は, 事象駆動条件がある場合の評価関数の上界値より小さくなる性質がある.

同じ係数行列 A_p , B_p と重み行列 \bar{Q}_p , \bar{R} に対して, $\mu = 1$, $C_p = I$ とした場合の問題(19)式と (C.3) 式の解から構成し

Table 1 Performance of proposed method for μ and σ

μ	σ	$\underline{\mathcal{J}}_\infty$	$x_p[0]^T X x_p[0]$	R_{event}
1	0.005	22.26	25.41	87.51
1	0.01	25.07	30.82	79.68
1	0.05	53.25	96.34	22.90
0.5	0.01	25.44	68.77	65.36
0	0.01	24.84	134.03	78.68
—	—	19.67	20.24	100

Table 2 Comparison on performances of proposed method with those of conventional one

Problem	σ	$\underline{\mathcal{J}}_\infty$	$x_p[0]^T X x_p[0]$	R_{event}
(19)	0.005	10.65	11.09	94.50
(19)	0.01	10.65	11.35	52.62
(19)	0.02	10.75	12.39	36.22
(19)	0.05	11.32	19.57	20.82
(19)	0.1	13.42	40.90	17.99
no ETC	—	10.66	11.00	100
Problem	σ	$\underline{\mathcal{J}}_\infty$	$x_p[0]^T P x_p[0]$	R_{event}
(C.3)	0.005	10.66	11.26	95.25
(C.3)	0.01	10.78	12.38	64.45
(C.3)	0.02	11.67	17.89	47.54
(C.3)	0.05	—	—	—
(C.3)	0.1	—	—	—
no ETC	—	10.66	10.66	100

た制御系に対して, 同じ初期状態 $x_p[0]$, $x_f[0]$ に対する時間応答に基づく性能評価を Table 2 にまとめる. 表において, R_{event} は事象発生率を表わす. また, no ETC は同じ重み行列で設計した事象駆動条件のない動的および静的な状態フィードバックによる性能を表わしている, それぞれの評価関数の上界値は問題(19)および(C.3)式的最適値から導かれる評価関数の上界値よりもそれぞれ小さくなる性質がある. この例では, 同一の事象駆動条件に対して, 評価関数の下界, 上界のいずれに関しても, 問題(19)式が(C.3)式を下まわっており, 提案法の性能は高いといえる. とくに, σ が 0.05 以上になると, 問題(C.3)式に実行可能解はないが, 問題(19)式では事象発生率を低く抑えながら制御系を安定化している.

6. おわりに

本研究では, 離散時間システムの拡大系に対する周期的事象駆動制御系の制御機構とその設計法について述べた. 制御対象の入力側にフィルタを加えた拡大系を構成し, 制御対象の出力からフィルタへの補助入力を生成する静的なフィードバック制御を考えた. このようにすることで, ラインサーチを併用した LMI 最適化問題を解いて近似を用いずに出力フィードバック制御則を構成できるようになる. また, 制御対象の出力誤差が入力と出力の重み付き和よりも大きい場合に出力を更新する駆動条件とした. 提案した制御機構はスーパーバイザを必要とせず, 既存研究と同様に高い実用性を有している. 以上の設計法の有効性を数値例で確認した.

今後は, 入力誤差を考慮した場合の制御機構やサーボ系への拡張, 駆動条件との同時設計について検討する.

謝辞 本研究に関して、北海道大学小林孝一先生にご助言をいただきました。また、本研究の一部は JSPS 科研費 JP19H02158, JP19K04444 の助成を受けたものです。深く感謝いたします。

参考文献

- 1) W.P.M.H. Heemels, K.H. Johansson and P. Tabuada: An introduction to event-triggered and self-triggered control, Proc. of the 51st IEEE Conference on Decision and Control, 3270/3285 (2012)
- 2) 永原, 岡野, 小蔵, 若生: ネットワーク化制御, コロナ社 (2019)
- 3) 小林孝一: IoT 時代の制御理論—事象駆動制御と自己駆動制御—, 電子情報通信学会 Fundamentals Review, **11**-3, 172/179 (2017)
- 4) W.P.M.H. Heemels, M.C.F. Donkers and A.R. Teel: Periodic event-triggered control for linear systems, IEEE Transactions on Automatic Control, **58**-4, 847/861 (2013)
- 5) W. Wu, S. Reimann, D. Görges and S. Liu: Suboptimal event-triggered control for time-delayed linear systems, IEEE Transactions on Automatic Control, **60**-5, 1386/1391 (2015)
- 6) L.B. Groff, L.G. Moreira, J.M. Gomes da Silva, Jr. and D. Sbarbaro: Observer-Based Event-Triggered Control: A Discrete-Time Approach, Proc. of the 2016 American Control Conference, 4245/4250 (2016)
- 7) X. Meng and T. Chen: Event detection and control co-design of sampled-data systems, International Journal of Control, **87**-4, 777/786 (2014)
- 8) S. Boyd, L.E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan: *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM Philadelphia (1994)
- 9) I. Masubuchi, A. Ohara and N. Suda: LMI-based controller synthesis: A unified formulation and solution, International Journal of Robust and Nonlinear Control, **8**-8, 669-686 (1998)
- 10) J. Löfberg: YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB, Proc. of the 2004 IEEE International Symposium on Computer Aided Control Systems Design, 284/289 (2004)
- 11) MOSEK ApS: The MOSEK optimization toolbox for MATLAB manual Version 9.0 (2019)

《付 録》

A. S-procedure

補題 3 (*S-procedure*⁸⁾) 対称行列 $T_0, T_1 \in \mathbb{S}^n$ に対して, つぎの条件 (i) および (ii) は等価である.

- (i) $T_0 \succ \alpha T_1$ を満たす正のスカラ α が存在する.
- (ii) $\zeta^\top T_1 \zeta \geq 0$ を満たす任意の非零ベクトル $\zeta \in \mathbb{R}^n$ に対して, $\zeta^\top T_0 \zeta > 0$ が成立する.

B. 定理 1 の証明

補題 3 を (13) および (14) 式に適用すると, 次式を得る.

$$-\begin{bmatrix} \mathcal{P}A & \mathcal{P}B \\ \rho_a(\alpha)C & 0 \\ \rho_b(\alpha)E & \rho_b(\alpha)F \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} \mathcal{P}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} * \\ * \\ * \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{P} & 0 \\ 0 & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0 \quad (\text{B.1})$$

ただし, $\alpha > 0$ である. ここで,

$$\Pi_{\mathcal{P}} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ Y & -Y \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

と置き, (B.1) 式に Schur 補題を適用した上で, 左右から $\text{blkdiag}(\Pi_{\mathcal{P}}, I, \Pi_{\mathcal{P}}, I, I)$ とその転置をそれぞれ乗じると, (15) 式を得る. ただし,

$$\mathcal{P} = \begin{bmatrix} X & Z \\ Z & Z \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{bmatrix} W & U \\ R & M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z & XB_p \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_f & F_1 \\ C_f & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Y & 0 \\ C_p Y & I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -XA_p Y & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

である. フィルタ (7), (8) 式, 制御則 (9) 式における係数行列は, (B.4) 式からただちに求めることができる.

C. 補題 1 に基づく事象駆動系の最適制御

事象駆動制御系 (1), (2), (5) 式の性能評価を二次評価関数

$$J_\infty = \sum_{k=0}^{\infty} \Delta J(k) \quad (\text{C.1})$$

で評価する. ここで,

$$\Delta J(k) = \begin{bmatrix} x_p[k] \\ u[k] \end{bmatrix}^\top Q \begin{bmatrix} x_p[k] \\ u[k] \end{bmatrix}, \quad Q \succeq 0$$

である. 行列 $0 \prec P \in \mathbb{S}^n$ を用いて $V(x_p) = x_p^\top P x_p$ とすると, $V(x_p[k+1]) < V(x_p[k]) - \Delta J(k)$ の関係から, つぎの補題が成立する.

補題 4 (文献 5)) 与えられた $\sigma > 0$ に対して, (3) 式を事象駆動条件とする事象駆動系 (1), (2), (5) 式が漸近安定となるための十分条件は

$$\left[\begin{array}{cc|cc} \mathcal{N}(S, W, \kappa) & \begin{bmatrix} S & 0 \\ W & W \end{bmatrix}^\top (Q)^{\frac{1}{2}} & & \\ & 0 & 0 & \\ & 0 & 0 & \\ \hline (Q)^{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} S & 0 \\ W & W \end{bmatrix} & 0 & 0 & \\ & I & 0 & \\ & 0 & I & \end{array} \right] \succ 0 \quad (\text{C.2})$$

となる $\kappa > 0$, $S \in \mathbb{S}^n$, $W \in \mathbb{R}^{m \times n}$ が存在することである. ただし, $\mathcal{N}(S, W, \kappa)$ は (6) 式の左辺を表す. また, $C_p = I$, $\mu = 1$ とする. このとき, $P = S^{-1}$, $K = WS^{-1}$ である.

このとき, 補題 1 に基づいた事象駆動制御系の最適制御は, つぎの LMI 最適化問題の解で構成することができる.

$$\max_{S, W, \kappa} \text{tr}(S) \quad \text{subject to (C.2)} \quad (\text{C.3})$$

問題 (C.3) 式の最適解を用いれば, 次式が成立する.

$$J_\infty < x_p[0]^T S^{-1} x_p[0] < \text{tr}(P) \|x_p[0]\|^2$$

.....

[著者紹介]

市原裕之 (正会員)



2000年明治大学大学院理工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了。同年明治大学理工学部助手。2001年茨城大学大学院理工学研究科SVBL非常勤研究員。2002年九州工業大学情報工学部助手。2010年明治大学理工学部専任講師。2013年同准教授。2019年同教授となり現在に至る。博士(工学)。2016年4月から1年間LAAS-CNRS(フランス)客員研究員。制御工学の研究に従事。システム制御情報学会, IEEEの会員。

山本将史



2016年明治大学理工学部機械情報工学科卒業。2018年同大学大学院理工学研究科機械工学専攻博士前期課程修了。現在, キヤノン(株)勤務。在学中, 事象駆動制御に興味をもつ。

澤田賢治 (正会員)



2009年大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了。同年電気通信大学システム工学科助教, 2010年同大学知能機械工学科助教, 2015年同大学i-パワーエネルギー・システム研究センター准教授となり現在に至る。博士(工学)。2019年計測自動制御学会制御部門パイオニア技術賞受賞。2016年より制御システムセキュリティセンター顧問。ハイブリッドシステムや制御系セキュリティに関する研究に従事。システム制御情報学会, 電子情報通信学会, 電気学会, IEEE会員。

.....