

平成25年度 修士論文

卓球ボールの空力特性

～ 回転軸への依存性 ～

電気通信大学大学院

情報理工学研究科 知能機械工学専攻

1232052 田中 晃平

指導教官：宮寄 武 教授

副指導教官：前川 博 教授

平成26年2月5日

目次

1	緒言	1
2	基礎理論	5
2.1	使用する無次元量・用語の定義	5
2.2	球まわりの流れに関して	6
2.2.1	抗力と揚力	6
2.2.2	負のマグナス効果	8
3	測定手法	9
3.1	測定配置	9
3.1.1	進行方向に対して正面からの撮影	9
3.1.2	進行方向に対して真横からの撮影	10
3.2	実験器具	12
3.2.1	新型3ローター発射装置	12
3.2.2	発射装置の基礎理論	13
3.2.3	解析結果および考察	15
3.2.4	高速度ビデオカメラ	18
3.2.5	スリットライト及びアクリルボード	19
3.2.6	試験球	21
3.2.7	卓球台	22
3.2.8	その他	22
4	解析方法	24
4.1	進行方向に対して正面から撮影を行った場合	24
4.1.1	抗力係数 C_D の解析方法	24

4.1.2	C_{LZ} の解析方法と数値計算の導入	28
4.2	進行方向に対して真横から撮影を行った場合	32
4.2.1	映像の読み取り	32
4.2.2	速度減衰率: D の算出方法	32
4.2.3	抗力係数: C_D の算出方法	34
4.3	スピンパラメーター SP の算出方法	34
4.4	回転軸の算出	34
5	測定精度の検証	36
5.1	スリットライトの読み取り誤差の検証	36
5.2	無回転における C_D , C_{LZ} の精度及び確度	37
5.2.1	バックスピンとトップスピンの比較	39
5.2.2	バックスピンにおける C_D , C_{LZ} の精度	40
6	解析結果及び考察	44
6.1	C_D と C_{LZ} の Re 数依存性	44
6.2	C_D と C_{LZ} の SP 依存性	47
6.3	C_D と C_{LZ} の回転軸 θ 依存性	51
6.4	高見らの実験結果との比較	53
6.5	風洞実験結果との比較	55
6.6	負のマグナス効果発生領域と卓球競技への影響	63
6.7	数値計算との比較	65
7	結言	66

目 次

2.1	座標の定義	6
2.2	回転軸角度 θ	6
2.3	野球ボールまわりの流れ $Re = 1.5 \times 10^5$	7
2.4	負のマグナス力 [(R): $C_L = 0.3$, (L): $C_L = -0.2$], 中川ら (東工大) による風洞実験	8
3.1	実験装置の配置図(正面から)	9
3.2	飛翔実験の配置(真横から)	10
3.3	校正の様子(定規)	11
3.4	レーザー墨出し器	11
3.5	3ローター式発射装置	12
3.6	挿入機構	12
3.7	ローター配置	13
3.8	ローターから受ける速度ベクトル	13
3.9	回転軸角度 Θ, Φ	15
3.10	$\cos \Theta - \Phi (0.4 \leq SP \leq 0.6)$ 断面図	16
3.11	$\cos \Theta - \Phi (0.9 \leq SP \leq 1.1)$ 断面図	16
3.12	$\cos \Theta - \Phi (1.4 \leq SP \leq 1.6)$ 断面図	17
3.13	$\cos \Theta - \Phi (1.9 \leq SP \leq 2.1)$ 断面図	17
3.14	$\cos \Theta - \Phi (2.4 \leq SP \leq 2.6)$ 断面図	17
3.15	$\cos \Theta - \Phi (2.9 \leq SP \leq 3.1)$ 断面図	17
3.16	Phantom	18
3.17	PhantomM310	18
3.18	照明装置	19

3.19 レンズ	19
3.20 ポリカーボネートボード	20
3.21 ライト間決定用ライン	20
3.22 ライト間決定概念図	20
3.23 Nittaku ボール	21
3.24 卓球台, ユニバー社製SY-18	22
3.25 シンワ測定社製気温計	22
3.26 ARRI社製200W照明	23
4.1 ボールがスリット光を通過する様子	25
4.2 読み取り方法	28
4.3 回転軸解析概略図	35
5.1 C_D のヒストグラム	36
5.2 C_D, C_{LZ} のヒストグラム ($SP = 0, Re = 1.8 \times 10^4$)	37
5.3 C_D, C_{LZ} のヒストグラム ($SP = 0, Re = 4.0 \times 10^4$)	37
5.4 C_D のヒストグラム ($ SP = 1.0, Re = 4.0 \times 10^4$)	39
5.5 C_{LZ} のヒストグラム ($ SP = 1.0, Re = 4.0 \times 10^4$)	39
5.6 $SP \approx 0.4, Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム	41
5.7 $SP \approx 0.4, Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム	41
5.8 $SP \approx 0.6, Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム	41
5.9 $SP \approx 0.6, Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム	41
5.10 $SP \approx 0.8, Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム	41
5.11 $SP \approx 0.8, Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム	41
5.12 $SP \approx 0.3, Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム	42
5.13 $SP \approx 0.3, Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム	42
5.14 $SP \approx 0.5, Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム	42
5.15 $SP \approx 0.5, Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム	42
5.16 $SP \approx 0.7, Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム	42
5.17 $SP \approx 0.7, Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム	42
5.18 $SP \approx 0.3, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム	43

5.19	$SP \approx 0.3, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム	43
5.20	$SP \approx 0.5, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム	43
5.21	$SP \approx 0.5, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム	43
5.22	$SP \approx 0.7, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム	43
5.23	$SP \approx 0.7, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム	43
6.1	C_D と C_{LZ} の Re 数依存性 ($SP = 0.5$)	45
6.2	C_D と C_{LZ} の Re 数依存性 ($SP = 1.0$)	46
6.3	C_D と C_{LZ} の Re 数依存性 ($SP = 0.34$)	46
6.4	C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 2.0 \times 10^4$)	48
6.5	C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 3.0 \times 10^4$)	49
6.6	C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 5.0 \times 10^4$)	49
6.7	C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 7.0 \times 10^4$)	50
6.8	C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 9.0 \times 10^4$)	50
6.9	C_D と C_{LZ} の θ 依存性 ($Re = 3.0 \times 10^4$)	51
6.10	C_D と C_{LZ} の θ 依存性 ($Re = 5.0 \times 10^4$)	52
6.11	C_D と C_{LZ} の SP 依存性 (Sphere: $Re = 1.1 \times 10^5$, 高見ら ^[6] の図11)	54
6.12	C_D と C_{LZ} の SP 依存性 (Sphere: $Re = 1.6 \times 10^5$, 高見ら ^[6] の図12)	54
6.13	C_D の SP 依存性 (風洞実験)	55
6.14	C_{LZ} の SP 依存性 (風洞実験)	55
6.15	バックスピンの軌道 ($Re = 3.0 \times 10^4, SP = 0.3$)	56
6.16	バックスピンの軌道 ($Re = 3.0 \times 10^4, SP = 0.9$)	57
6.17	バックスピンの軌道 ($Re = 5.0 \times 10^4, SP = 0.4$)	57
6.18	バックスピンの軌道 ($Re = 5.0 \times 10^4, SP = 0.6$)	58
6.19	バックスピンの軌道 ($Re = 5.0 \times 10^4, SP = 0.8$)	58
6.20	バックスピンの軌道 ($Re = 7.0 \times 10^4, SP = 0.2$)	59
6.21	バックスピンの軌道 ($Re = 7.0 \times 10^4, SP = 0.5$)	59
6.22	バックスピンの軌道 ($Re = 7.0 \times 10^4, SP = 0.7$)	60
6.23	バックスピンの軌道 ($Re = 9.0 \times 10^4, SP = 0.2$)	60
6.24	バックスピンの軌道 ($Re = 9.0 \times 10^4, SP = 0.4$)	61

6.25	バックスピンの軌道 ($Re = 9.0 \times 10^4, SP = 0.9$)	61
6.26	負のマグナス効果発生領域	63
6.27	トップスピンの軌道	64
6.28	数値計算との比較 ($Re = 2.0 \times 10^4$ における SP 依存性)	65

表 目 次

3.1	試験球の詳細データ	21
5.1	無回転の C_D 統計データ	38
5.2	無回転の C_{LZ} 統計データ	38
5.3	C_D, C_{LZ} 統計データ ($Re = 4.0 \times 10^4, SP = 1.0$)	39
5.4	バックスピンの C_D, C_{LZ} 統計データ	40
6.1	飛翔実験と風洞実験の C_D, C_{LZ}	62

第1章

緒言

卓球では、長さ274cm、幅152.5cmのコート上を直径40mm、質量2.7gのセルロイド球が飛び交う。野球やサッカー、ラグビーなどの大きなフィールドで行われる球技に比べると、その小ささは歴然としている。しかし、その小ささに反して卓球は非常に奥が深い。

『1秒未満の世界』

大衆のレジャースポーツとして人気の卓球。日本の愛好者はおよそ800万人とも言われている。たいていの人はプレーをした経験があるはずだ。しかし、世界トップレベルのステージで繰り広げられる卓球は、全くの別世界である。トップアスリートが激しく打ち合うときの球のスピードは、およそ150km/hに迫る。それを1秒かからない間に判断しながら打ち返さなければならない。瞬き一つの遅れで雌雄を決してしまう競技なのである。

『ジュ・ド・ボーム』

卓球が「Table Tennis (テーブルテニス)」と呼ばれていることから分かるように、卓球の起源はテニスにある。テニスの歴史は古く、その起源は12世紀頃のフランスで行われていた「ジュ・ド・ボーム」(手のひらのゲームという意味)という競技であり、毛や布を詰めて球状に布を重ねたものをボールとし、手のひらで打ち合っていたものだったが、時代を経つにつれ打つものは手のひらでなく、「手袋」「木のバット」「ラケット」と変化するようになり、現在のテニスへと発展してきた。

1880年前後、イングランドの貴族の間で食堂の大きなテーブルを台にし、シャンパンの栓の球状のコルクをボールにして葉巻タバコの木

のふたをラケット代わりにして遊んだのが卓球の起源と言われている。雨でテニスが出来ないときに室内のテーブルで始めたことから「Table Tennis (テーブルテニス)」と言われた。

1890年代、イングランドのジェームス・ギップがアメリカを旅行中におもちゃのセルロイド球を見つけ、持ち帰った。当時、柄の長い羊皮紙を張った中空のラケット(バトルドア)を使っており、これでセルロイド球を打つと、打ったときに「ピン」、台に弾んだときに「ポン」という音がしたところから、「ピンポン」と呼ぶ呼び名が誕生した。

このように、貴族の間で行われていた遊びに端を発する卓球であるが、今や夏期オリンピックの競技種目の一つであり、世界選手権大会が行われるなど、目が離せない。

『変化球』

変化球という言葉聞いて最初に思い浮かべるのは、野球のピッチャーが投げるボールであろう。その種類はカーブ、スライダー、フォーク、シュートなどの代表的な変化球から、無回転で飛翔するナックル、進行方向に対してライフル回転しながら飛翔するジャイロボールなどの魔球と呼ばれるボールまで様々な種類の変化球がある。ピッチャーはこれらのボールを駆使してバッターとの駆け引きを行っている。

これら変化球の変化量は、ピッチャーがボールに与える回転数によって異なるが、ボールの変化には、ボール表面上の縫い目が大きく影響を及ぼしている。

卓球では、ラケットのラバーとボールとの摩擦を利用してボールに様々な回転を与え、ボールの軌道を変化させている。また、卓球と野球の大きな違いは、卓球台上においてバウンドさせるということである。バウンド時のボールと卓球台上との摩擦によってボールの軌道は大きく変化する。

世界トップレベルのアスリート達はおよそ150km/hという驚異的な球速とこのボールの軌道の変化を利用して試合をコントロールしている。

野球と卓球のボールの違いに縫い目がある。卓球のボールには縫い目がない真球である。それに関わらず、卓球ボールに回転を与えた際の変化量は非常に大きいものである。

『チキータ』

卓球ではチキータと呼ばれる打ち方が存在している。これは卓球台上のボールを巻き込むように打つ打法で、大きく曲がる打球になることが多く、その軌道がチキータバナナに似ていることからチキータと呼ばれている。

特に中国人選手のチキータは変化量が多く、現在中国人選手レベルのチキータを打てる日本人選手はいない。その為、チキータに対する十分な練習をすることができず、試合で実際の中国人選手のチキータに対処することができていない。このチキータの克服が日本人選手が世界大会で表彰台に上るために重要であると言える。

この打法でレシーブした際に回転軸が進行方向を向く。このとき、全く同じ打ち方をしたとしてもレシーブ前のボールの回転などによって回転軸角度が変化する為、卓球の打球にはほぼすべての回転軸角度が存在していると考えることができる。このことがチキータのレシーブをより困難にしている。

『負のマグナス効果』

一般にトップスピンボール(ドライブ)には鉛直下向きの、バックスピンボール(カット)には鉛直上向きのマグナス力^[1, 2]が働くことが知られている。一方、Taneda^[3]の水槽実験ではマグナス力の方向が逆転する「負のマグナス効果」が観測されるパラメーター領域の存在が示された。Tanedaは、これを球下面における境界層の乱流遷移によって剥離点が後方に移動し、後流が上向きに発生するために生じる現象であると説明した。近年、中川ら^[4]や小西ら^[5]は風洞実験で、高見ら^[6]は真球を用いた飛翔実験($1.1 \times 10^5 \leq Re \leq 2.1 \times 10^5$, $0.12 \leq SP \leq 0.5$)で「負のマグナス効果」が現れることを確認した。また、Muto *et al.*^[7]はLESによ

る数値計算 ($Re = 2.0 \times 10^5$, $SP = 0.2$) で「負のマグナス効果」を示した. 近年の先行研究における Re 数と比べると卓球競技で想定される Re 数はかなり小さいが, Taneda の提唱した「負のマグナス効果」の領域は $Re = 0.5 \times 10^5$ 付近まで広がっている. 実際の卓球競技中に「負のマグナス効果」が発生することになると, 競技者による球種の選択に重大な影響を及ぼす可能性が生じる. スポーツ流体力学の観点からも低 Re 数領域での「負のマグナス効果」の詳細が注目される.

本研究では, Re 数, SP , 回転軸が空力に及ぼす影響を調べるため, ロンドンオリンピックの選手強化を目的に開発された3ローター式発射装置を用いて卓球ボールの飛翔実験を行い, その空力特性を測定した.

第2章

基礎理論

2.1 使用する無次元量・用語の定義

本研究では様々な無次元量を使用し解析, 考察を行う. これらをここで定義する.

レイノルズ数: Re 数

物体回りの流速を以下の式で無次元化する.

$$Re = \frac{2Vr}{\nu} \quad (2.1)$$

ここでボールの速度を $V[\text{m/s}]$, ボールの半径を $r[\text{m}]$, 空気の動粘性係数を $\nu[\text{s/m}^2]$ とする. 以降レイノルズ数を Re 数と表記する.

抗力係数: C_D , 揚力係数: C_L

本研究ではボールの真の進行方向に関係なく, ボールに対して x 軸反対方向に働く力を「抗力」, z 方向鉛直上向きに働く力を「揚力」と定義している. ここでこれらのボールに働く力を様々な条件において対比するために抗力・揚力の代りに「抗力係数」および「揚力係数」という無次元量を使用して考察を行うことにした.

抗力係数 C_D はボールに働く抗力を動圧: $\frac{1}{2}\rho V^2$, ボールの断面積: πr^2 で無次元化したものである. また, 揚力係数 C_L に関しても動圧およびボールの断面積で同様に無次元化を行っている. 空気の密度 $[\text{kg/m}^3]$ を ρ とする. これらの係数は, 物体の形状や回りの流体の環境定数, および流速 (Re 数) で変化する.

スピンパラメーター： SP

ボールの回転数を以下の式で無次元化する.

$$SP = 2\pi r f / V \quad (2.2)$$

ここで, ボールの半径を $r[\text{m}]$, ボールの毎秒回転数を $f[\text{rps}]$, ボールの球速を $V[\text{m/s}]$ とする. SP をスピンパラメーターと呼ぶ.

回転軸角度： θ

図に示すように発射位置からのボール進行方向を x 軸, 発射位置で x 軸と鉛直方向に直交する直線を y 軸, 鉛直方向を z 軸とする. このとき, x - y 平面で x 軸と回転軸の成す角を θ とする.

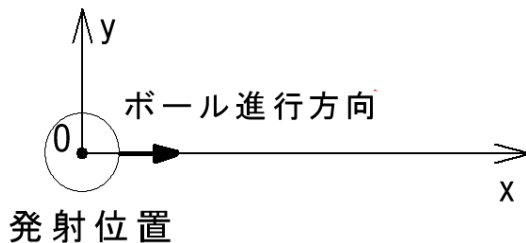


図 2.1: 座標の定義

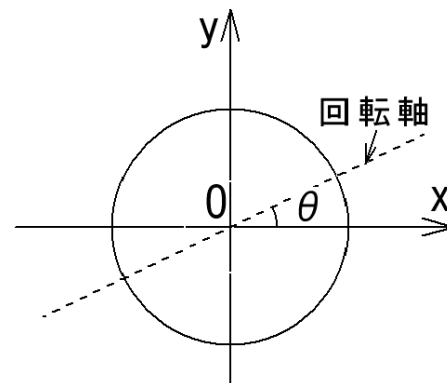


図 2.2: 回転軸角度 θ

2.2 球まわりの流れに関して

2.2.1 抗力と揚力

空中をある速度で飛翔している物体に働く力は, 同じ物体に同じ速度の風が当たっている場合の力と同じである. もちろん, 球状物体に関しても同じことが言える. 現実の空気は粘性を持っている. この粘性の

働きにより, 球近傍の流体粒子の流れは球前半部分においては球の形状に沿って流れていく. しかし, 球後半部分では, 流体粒子は球にそって曲がりきれず一旦停止し, 後流と呼ばれる領域を形成する. この後流内の流れは, 渦巻いた不規則な流れとなっており, 流体粒子の球後半部分で後流を形成するまでに失われた運動エネルギーが圧力へと戻らず, この不規則な乱流渦に取り込まれてしまうため, 圧力が著しく低下してしまう. このため, 球に対し「抗力 F_D 」が働く. この抗力の大きさを表す無次元量が, 抗力係数 C_D である. この後流が始まる球表面上の点を「剥離点」, 後流自体が発生する現象を「境界層剥離」と呼ぶ.

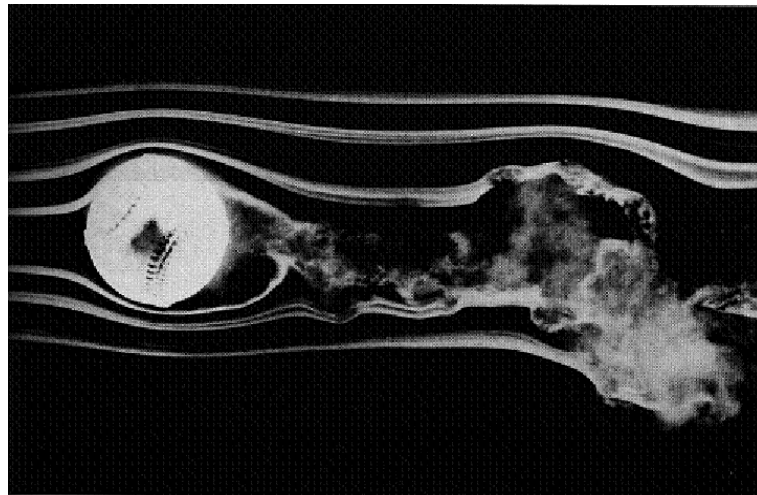


図 2.3: 野球ボールまわりの流れ $Re = 1.5 \times 10^5$

また, ボールが回転した場合, まわりの空気を摩擦によって引きずり回転する風を起こす. 例としてストレートボールの場合を考える. この時, ボールの上側では, 回転による風と流れている風の向きが同じなので, 風速は上がる. 一方, ボールの下側では, 回転による風と流れている風の向きが逆となるため, 風速は下がる. ベルヌーイの定理より, 速度が上がると圧力が下がり, 速度が下がると圧力が上がる. よって, ボールの下側と上側で圧力差が生じ, 上に持ち上げる力が発生する. これが「マグナス力(ストレートに関しては揚力)」と呼ばれる力であり, この揚力の大きさを表す無次元量が揚力係数 C_L である. また, この

揚力の発生は, Rayleigh^[1] により円柱について理論的に説明されている.

2.2.2 負のマグナス効果

通常マグナス力は, バックスピンをしている場合, 鉛直上向きに発生するとされている^[1, 2]. ところが, ある条件の下では, これが鉛直下向きに働くことがある. これが, 『負のマグナス効果』と呼ばれる現象である. これは, 球下面の境界層が上側よりも先に乱流遷移し, 球下面後方で再付着を起こすことで, 後流が上向きに発生する(図2.4)ことが原因であるとされ, これが発生する Re 数, SP 領域が, Taneda^[3] や Maccoall^[8] により示されている.

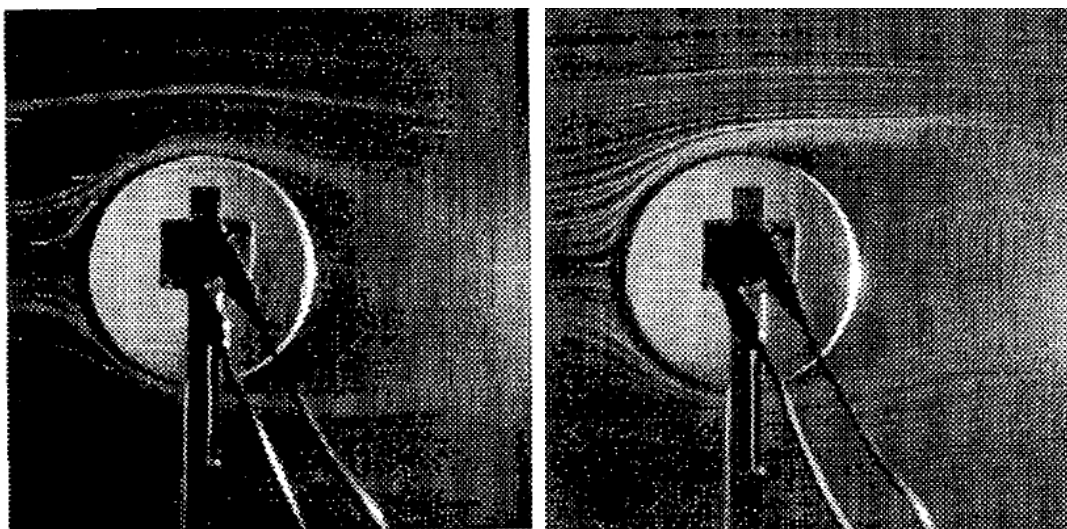


図2.4:負のマグナス力 [(R): $C_L = 0.3$, (L): $C_L = -0.2$], 中川ら (東工大) による風洞実験

第3章

測定手法

3.1 測定配置

3.1.1 進行方向に対して正面からの撮影

今回, 進行方向に対して正面からと真横から撮影する方法の2通りの実験方法で飛翔実験を行った. この小節では正面から撮影する方法について説明する. 実験装置の配置を, 図3.1に示す.

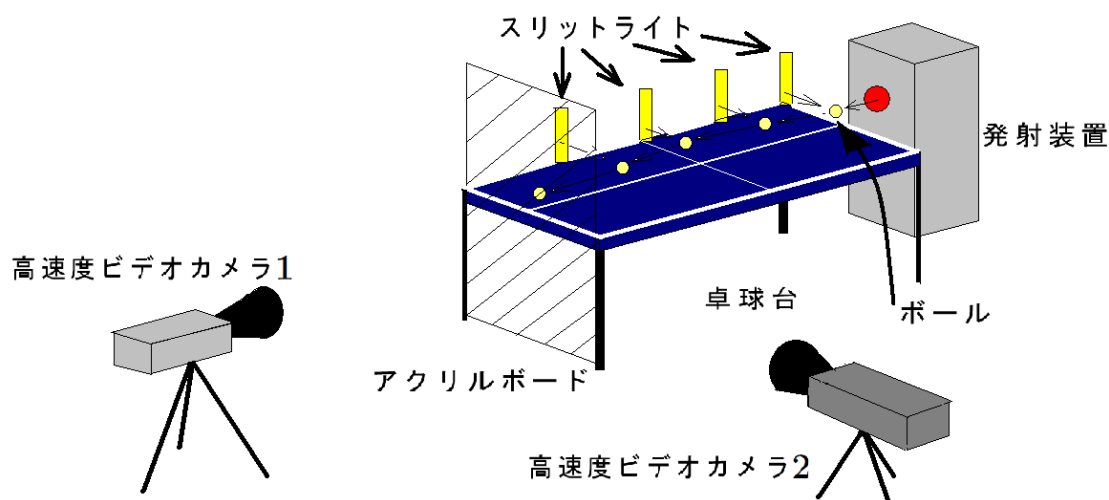


図3.1:実験装置の配置図(正面から)

高速度ビデオカメラ1を卓球台のセンターラインの延長線上に設置した. また, 回転軸を算出するためにカメラ2を回転軸の向きに合わせて設置した. 次に, スリットライト4台をマシン側から約0.685[m]間隔でマシンから見て右端に並べた. ボールがどの高さを通過してもスリット光の間隔が等しくなるようにするため, スリット光がしっかりと鉛直方向に照射されるよう注意を払った. さらに, アクリル製のポリカーボ

ネットボードを図3.1のように設置し, このボードに対して3ローター式発射装置で投球を行った.

3.1.2 進行方向に対して真横からの撮影

真横から撮影した場合の実験装置の配置を図3.2に示す. 発射口とアクリルボードを繋ぐラインと, 各カメラの撮影方向が垂直になるようセッティングした.

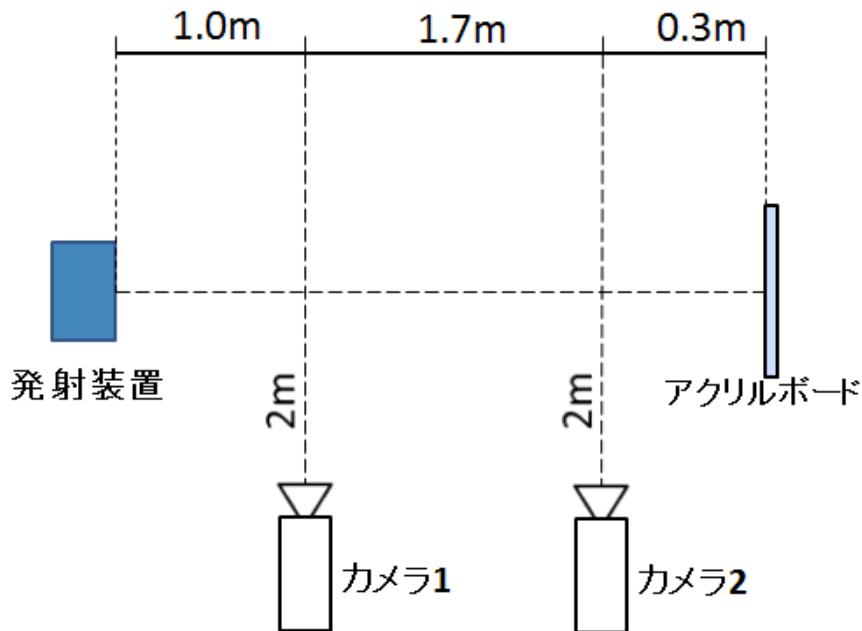


図3.2:飛翔実験の配置(真横から)

図3.3に長さスケール校正の様子を示す. ボールの映像を, 実際の距離に対応させる為, 長さが既知の物体をカメラに映し, 映像のスケール校正を行った. ボールが飛翔する位置でのスケールを図るため, 定規は発射位置とアクリルボードを繋ぐライン上に設置した. 定規をライン上にセットする際, 正確にカメラの正面にくるようにレーザー墨出し器(ムラテックKDS社製, 図3.4)を用いて調整を行った. また, 校正値の信頼性を上げるため, 校正は各カメラで実験の前後に計2回行った. カメラで撮影された映像の端の部分は, レンズの影響などにより少し歪ん

で見える可能性がある為, 映しこむ定規は出来る限り, 中心付近に映るようにした.

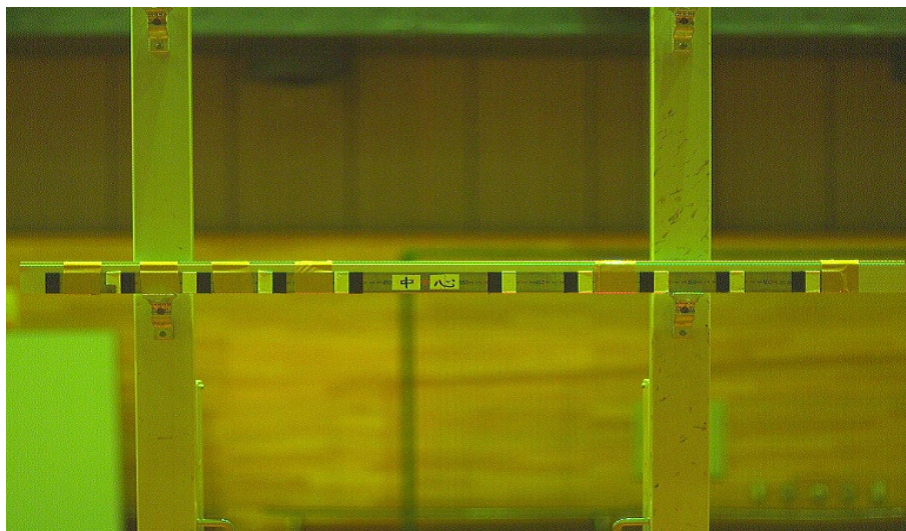


図 3.3:校正の様子 (定規)



図 3.4:レーザー 墨出し器

3.2 実験器具

3.2.1 新型3ローター発射装置

従来の発射装置(例えば, Nittaku 社製「ロボコーチ *RX*」)は2つのローターが同一平面内にあり, その最大回転数も小さいため, 限られた Re 数, SP , 回転軸でしかボールを発射できなかった. その問題点を克服するために3ローター式発射装置(図3.5)を国立スポーツ科学センターと共同で開発した. この発射装置はそれぞれのローターを左右に25度ずつ傾けることができるため, ボールの回転軸を任意に設定できる. また, 各ローターを逆回転させることで従来に比べ, ボールの回転数の上限が大幅に上がった. ローターは最高約80[rps]で回転し, ボールの速度は最高約40[m/s]に達する. さらに, 再現性を高めるために, ボールを掃除機の負圧によって固定し, ローター間へとスライド挿入させる機構に採用した(図3.6).

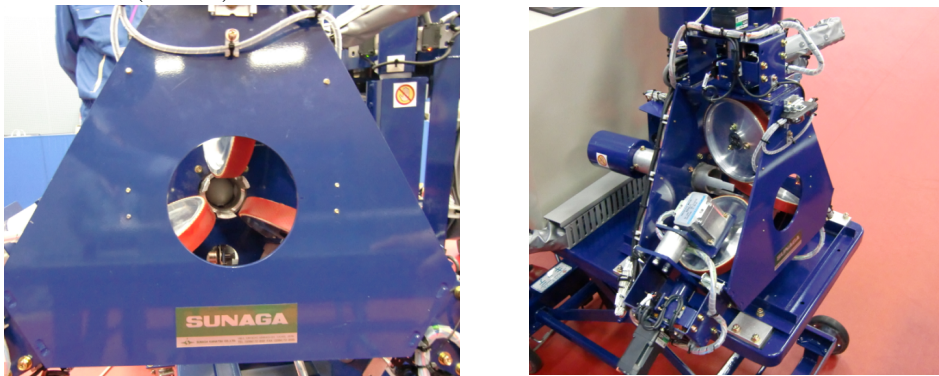


図 3.5:3 ローター式発射装置

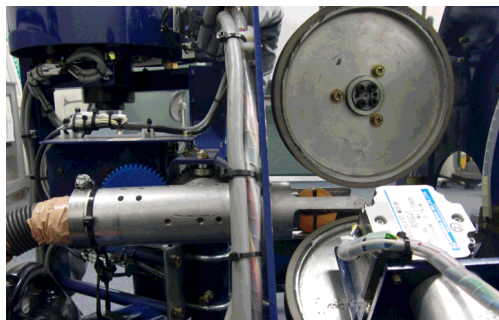


図 3.6:挿入機構

3.2.2 発射装置の基礎理論

変数の定義

ローターを図のように配置した場合について解析を行った. 各ローターの回転軸に垂直でボール中心を通る軸を x 軸とした.

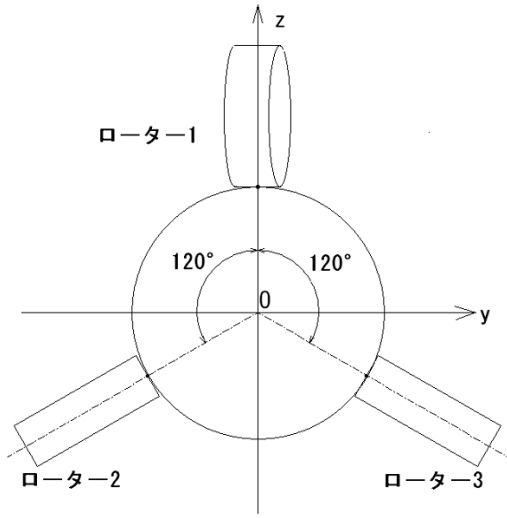


図3.7: ローター配置

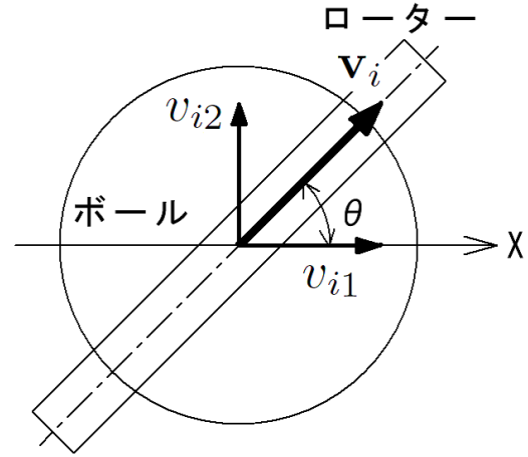


図3.8: ローターから受ける速度ベクトル

ボールが各接点でローターから受ける速度ベクトル, 速度成分を $v_i (i = 1, 2, 3)$, $v_{ij} (j = 1, 2)$ とする. $j = 1$ のとき v_{ij} は x 軸に平行, $j = 2$ のとき v_{ij} はボールの接線方向に x 軸と垂直となり以下の式で表される.

$$v_{i1} = v_i \cos \theta \quad (3.1)$$

$$v_{i2} = v_i \sin \theta \quad (3.2)$$

ただし, v_i はローターの表面速度である.

ここでローター 1, 2, 3 をそれぞれ $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ [rad] 傾けた場合を考えると,

$$v_{11} = v_1 \cos \theta_1$$

$$v_{12} = v_1 \sin \theta_1$$

$$v_{21} = v_2 \cos \theta_2$$

$$v_{22} = v_2 \sin \theta_2$$

$$v_{31} = v_3 \cos \theta_3$$

$$v_{32} = v_3 \sin \theta_3$$

となる. また, ボールの半径を a , ローターとボールの各接点の位置ベクトル $\mathbf{r}_i = (r_1, r_2, r_3)$, 重心の速度ベクトル $\mathbf{V} = (U, V, W)$, 角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ とする.

ローターとボールの各接点の速度ベクトル, 速度成分を $\mathbf{v}_i (i = 1, 2, 3)$, $v_{ij} (j = 1, 2)$ とすると式 (3.3)~(3.6) となる. ただし, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ はそれぞれ x, y, z 軸の単位ベクトルである.

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{V} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i \quad (3.3)$$

$$\mathbf{v}_1 = v_{11}\mathbf{i} - v_{12}\mathbf{j} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{v}_2 = v_{21}\mathbf{i} + v_{22}\frac{\mathbf{j} - \sqrt{3}\mathbf{k}}{2} \quad (3.5)$$

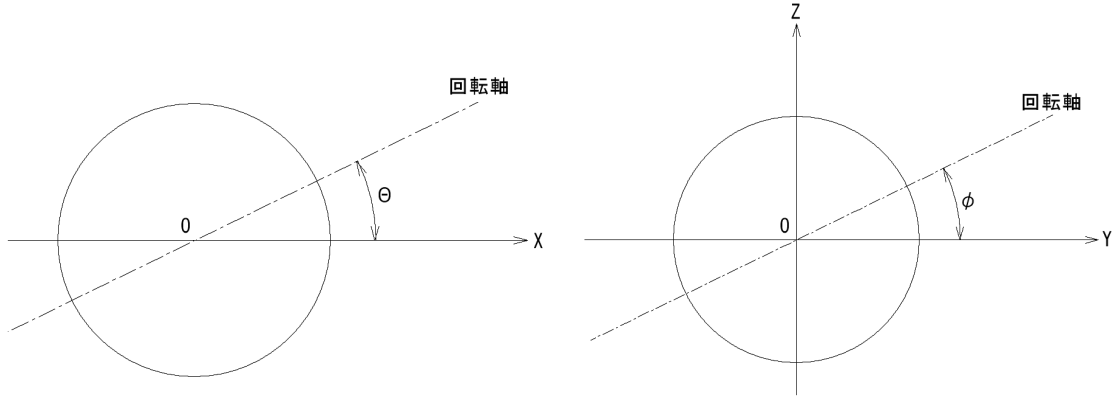
$$\mathbf{v}_3 = v_{31}\mathbf{i} + v_{32}\frac{\mathbf{j} + \sqrt{3}\mathbf{k}}{2} \quad (3.6)$$

式 (3.4)~(3.6) を解くと以下の行列式となる.

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \\ a\omega_1 \\ a\omega_2 \\ a\omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{12} \\ v_{21} \\ v_{22} \\ v_{31} \\ v_{32} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

回転軸角度

図に示すようにボールの進行方向を X 軸としたときに X 軸と回転軸の成す角 Θ , YZ 平面において Y 軸と回転軸の成す角を Φ とする.

図 3.9: 回転軸角度 Θ, Φ

また, Θ, Φ は式 (3.8)~(3.10) で表される.

$$\cos \Theta = \frac{U\omega_1 + V\omega_2 + W\omega_3}{\sqrt{(U^2 + V^2 + W^2)(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2)}} \quad (3.8)$$

$$\cos \Phi = \frac{-V\omega_1 + U\omega_2}{\sqrt{(1 - \cos^2 \Theta)(U^2 + V^2 + W^2)(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2)}} \quad (3.9)$$

$$\sin \Phi = \frac{\omega_3}{\sqrt{(1 - \cos^2 \Theta)(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2)}} \quad (3.10)$$

スピンパラメータ: SP

スピンパラメータ SP とはボールの回転による表面速度をボールの重心速度で規格化したものであり, 式 (3.11) で表される.

$$SP = a \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}{U^2 + V^2 + W^2}} \quad (3.11)$$

3.2.3 解析結果および考察

解析結果を図 3.10~3.15 ($-40[\text{m/s}] \leq v_1, v_2, v_3 \leq 40[\text{m/s}], -\frac{\pi}{4} \leq \theta_1, \theta_2, \theta_3 \leq \frac{\pi}{4}$) に示す. 図の赤のプロットは $U \geq 0$, 青のプロットは $U \leq 0$ の場合である.

なお, v_1, v_2, v_3 の範囲における上限と下限の絶対値が等しいので, 赤のプロットと青のプロットがほぼ等しい.

図 3.10 ではほぼ全領域がカバーされている. $SP = 1.0$ 付近になると徐々に外側の密度が低くなっている. さらに SP が増加するにつれて外側は再度カバーされるが, 中心に空洞が広がる. 最終的に図 3.15 では全体的に密度が低下しているが, ほぼすべての領域をカバーしていると言える.

これらの図から大体の領域で発射可能であるが, プロットの密度が低い領域はボールに与えられる初期値の微小なズレによって出力値が大きくズレることを表しているので, ボールとローター間の滑りやローター回転数の誤差などが回転の制御に影響を及ぼす可能性があり, 発射が難しい領域であると言える.

ただし, これはローターが左右に 45 度傾くことを想定した場合の結果であり, 開発された発射装置は左右に 25 度しか傾けることができないので, 発射可能領域は狭まる.

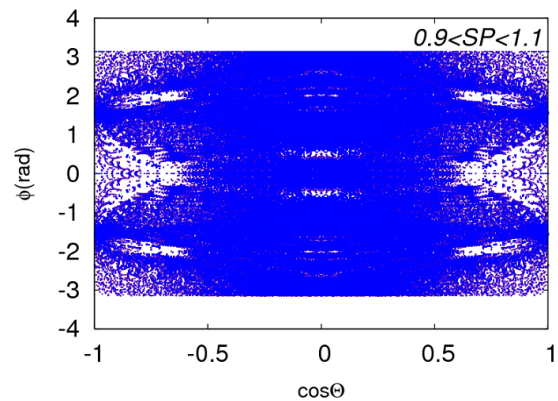
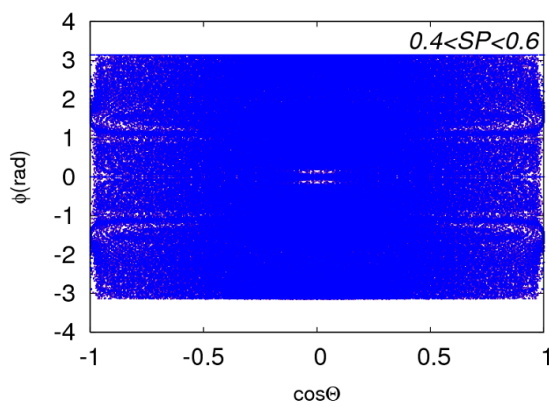
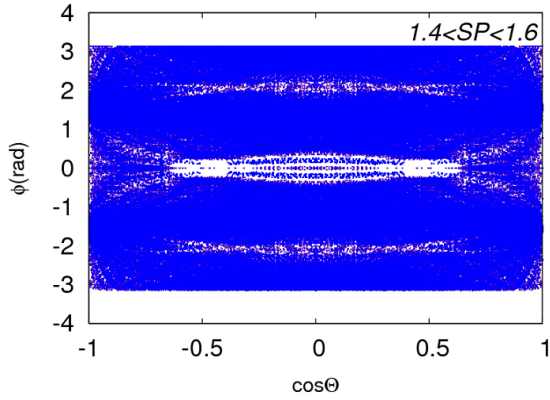
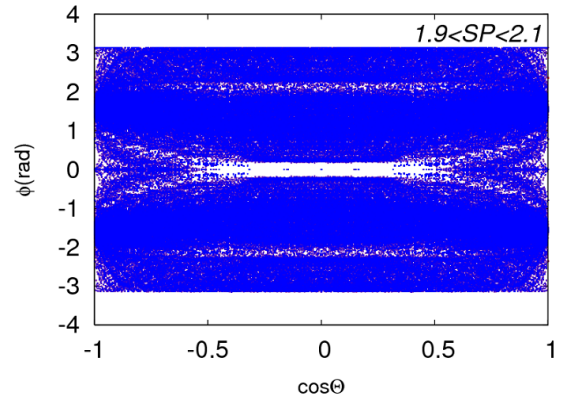


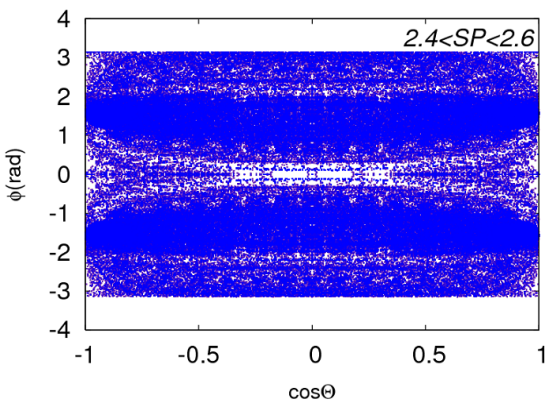
図 3.10: $\cos \Theta - \Phi (0.4 \leq SP \leq 0.6)$ 断面 図 3.11: $\cos \Theta - \Phi (0.9 \leq SP \leq 1.1)$ 断面
図 図

図 3.12: $\cos \Theta - \Phi(1.4 \leq SP \leq 1.6)$ 断面

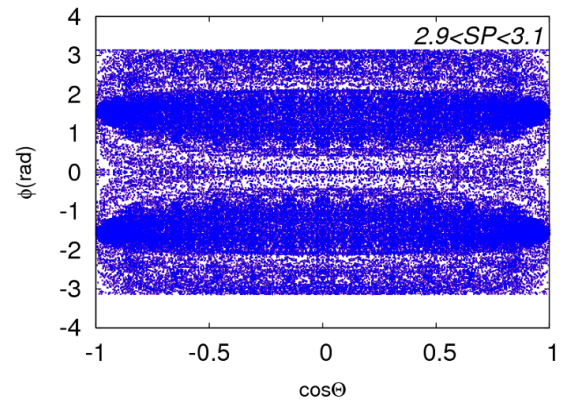
図

図 3.13: $\cos \Theta - \Phi(1.9 \leq SP \leq 2.1)$ 断面

図

図 3.14: $\cos \Theta - \Phi(2.4 \leq SP \leq 2.6)$ 断面

図

図 3.15: $\cos \Theta - \Phi(2.9 \leq SP \leq 3.1)$ 断面

図

3.2.4 高速度ビデオカメラ

投球されたボールを撮影するために使用した高速度ビデオカメラは、米 Vision Research 社製の『Phantom』と『PhantomM310』である(図 3.16, 図 3.17). 『Phantom』は画素数は 512×512 ピクセルでは毎秒 1000 フレームでの撮影が, 512×256 ピクセルで毎秒 1901 フレームでの撮影が可能である. 『PhantomM310』では 1280×800 ピクセルで毎秒 3260 フレームでの高速撮影が可能である. 本研究ではすべての測定を毎秒 1901 フレームで行った.



図 3.16: Phantom



図 3.17: PhantomM310

3.2.5 スリットライト及びアクリルボード

実験の際に卓球マシンより投球されたボールが飛翔する区間において、ある既知の距離をボールが通過する通過時間を正確に特定するために、スリット光を照射できる特殊な照明装置(ノビテック製、型番：963A002)を用意した。これはライトは、メタルハライドランプからの光源をシリンドリカルレンズ(図3.19)を用いて、光りをスリット状に収束させているため、ボールが通過する高さにおいて、ライトの幅が2cm以内になるように調整が可能である。

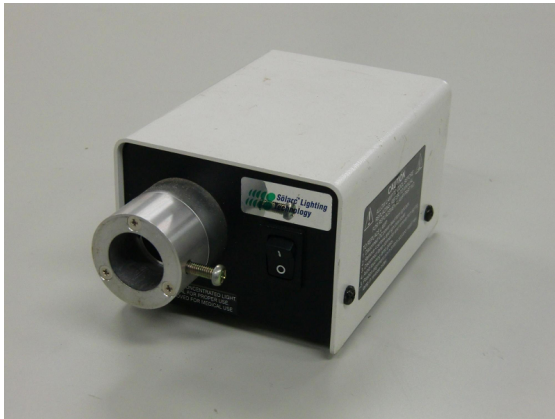


図 3.18:照明装置

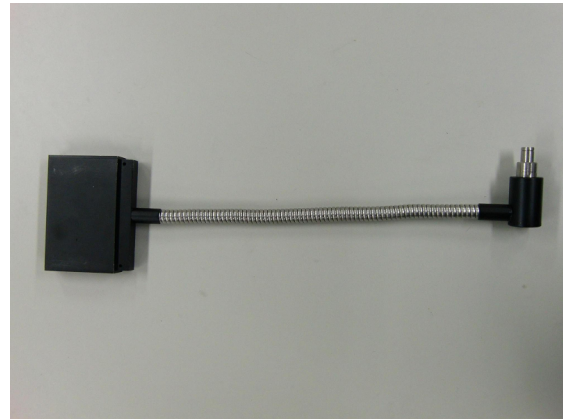


図 3.19:レンズ

また、ポリカーボネート製の透明強化ボード(図3.20)を用意し、これに向かって卓球マシンからボールを発射することにした。また、飛翔するボールの撮影は、このアクリル製ボードを通して撮影されるため、カメラ映像の解析の際に行うスケール補正のためのラインを引いた。

ここで、ライト間の距離の決定方法について述べる。ライト間の距離は、ボールの初速 u_0 および抗力係数 C_D の精度に大きく関わってくるため、より正確に決定することが重要となる。

図3.21のように水平に設置した卓球台上に、発射位置と高速度ビデオカメラを結ぶ直線に対して垂直にラインを引く。ライト光を台の側面から照射して、光の中心がこの線上に沿うようにライトを設置することでライト間の距離を決定した。概念図を図3.22に示した。

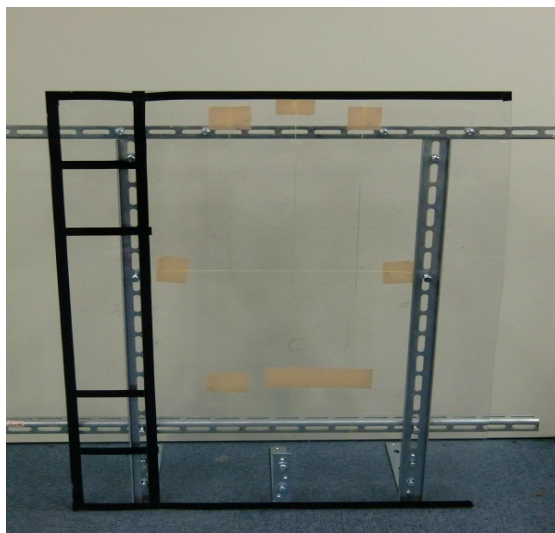


図 3.20:ポリカーボネートボード



図 3.21:ライト間決定用ライン

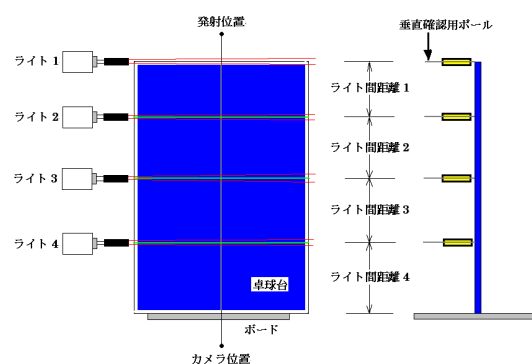


図 3.22:ライト間決定概念図

3.2.6 試験球

今回使用した試験球の詳細な情報を表3.1に示す. 標準偏差 0.76×10^{-5} で真球度の高いNittaku社製の卓球ボール(Nittaku PREMIUM 3 スター)を用いた(図3.23). 球の直径は $3.98 \times 10^{-2}[\text{m}]$, 重量は $2.74 \times 10^{-3}[\text{kg}]$ と非常に軽量であるため, 回転がかかりやすい. この試験球で測定を行い, 回転による球周りの流れへの影響を検証した. ボールに引かれたクロスは, 映像を解析する際にボールの回転数を正確に読み取るためのものである.



図 3.23:Nittaku ボール

表:3.1:試験球の詳細データ.

	Nittaku ボール
直径 [m]	3.98×10^{-2}
標準偏差 [m]	約 0.76×10^{-5}
重量 [kg]	2.74×10^{-3}
真球度	約 0.64×10^{-3}

3.2.7 卓球台

測定系の基準としてユニバー社製, SY-18の卓球台(図3.24)を使用した. 寸法は長さ274cm, 幅152.5cm, 高さ76cmである.



図3.24:卓球台, ユニバー社製SY-18

3.2.8 その他

温度計

外気温は粘性に影響するので, 測定の際に外気温を記録し, 解析に取り入れた.



図3.25:シンワ測定社製気温計

照明

高速度ビデオカメラの特性上, 室内の測定の場合に光量が不足する. そのため, ARRI社製ライトコンパクト 200W(図3.26)を使用し, 光量を確保した.



図 3.26:ARRI 社製 200W 照明

第4章

解析方法

4.1 進行方向に対して正面から撮影を行った場合

4.1.1 抗力係数 C_D の解析方法

アクリルボードの後ろに設置したカメラによる映像から、ボールが各スリット光を通過した瞬間の時間と、ボードに当たった瞬間の時間を特定することができる。ボールは図4.1のように、飛行中に各スリット光に必ず1回以上照射されるので、必要があれば0.5フレーム分の補正を入れた(例えば51フレーム, 52フレームに光が当たっていたら51.5フレームとした)。これにより、ボールの軌道の x 座標(マシンからカメラ方向への座標)と、その通過時間 t のデータがスリット光4点分とボード1点の計5点分得られる。また、各時間における y 座標(カメラからみて右方向の座標), z 座標(高さ方向の座標)のデータも同時に得られる。これらの情報から、ボールの x 方向の初速 u_0 と抗力係数 C_D , z 方向の初速 w_0 と揚力係数 C_{LZ} を算出する方法を紹介する。

差分法による算出

本研究において、この差分法によって求めた抗力係数 C_D は、ライト間距離のチェックなどの実験系のチェックに用いている。真の C_D 値は、以下の最小2乗法により求める。

マシンから順にスリット光の位置を $L_i (i = 1, 2, 3, 4)$, ボードの位置を B とし、またそれぞれをボールが通過する時間を $t(i) (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ として、映像から各点を通過した時間を読み取る。 L_1 の通過時間を基準の時刻0とすると、ボールが各スリットライト間を移動するのにかかる時

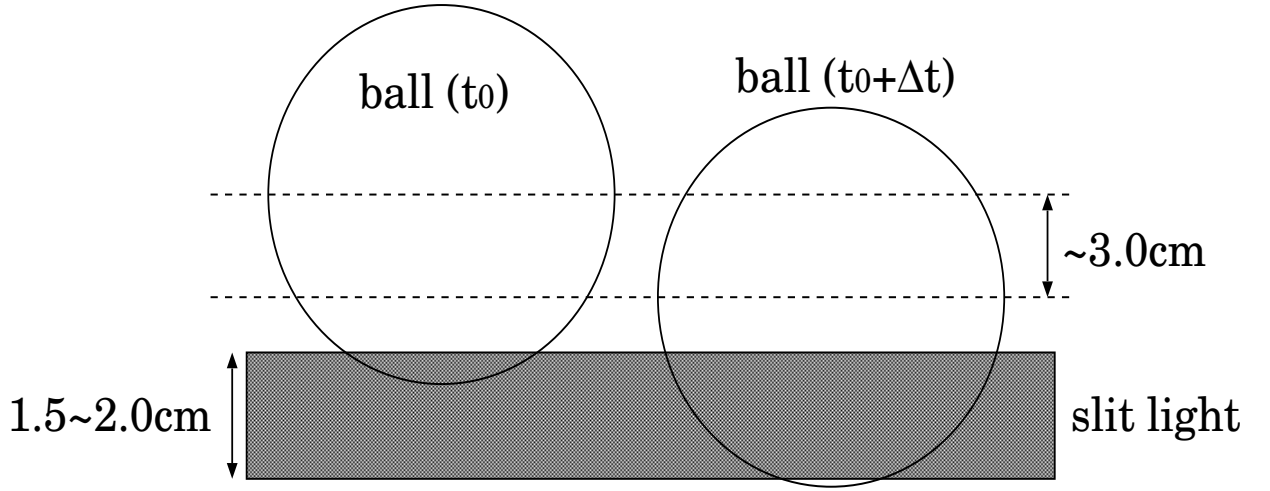


図 4.1: ボールがスリット光を通過する様子

間 $tt(i) (i = 1, 2, 3, 4)$ は,

$$tt(1) = t(1) - t(1) = 0 \quad (4.1)$$

$$tt(2) = t(2) - t(1) \quad (4.2)$$

$$tt(3) = t(3) - t(1) \quad (4.3)$$

$$tt(4) = t(4) - t(1) \quad (4.4)$$

$$tt(4) = t(5) - t(1) \quad (4.5)$$

と表される. 各区間の距離は 0.685m であるから, 各区間の中点の速度 $v(1.5), v(2.5), v(3.5), v(4.5)$ は,

$$v(1.5) = \frac{0.685}{tt(2) - tt(1)} \quad (4.6)$$

$$v(2.5) = \frac{0.685}{tt(3) - tt(2)} \quad (4.7)$$

$$v(3.5) = \frac{0.685}{tt(4) - tt(3)} \quad (4.8)$$

$$v(4.5) = \frac{0.685}{tt(5) - tt(4)} \quad (4.9)$$

となる. 次に求まった各 $v(t)$ より3区間の加速度 $a(2), a(3), a(4)$ が求めることができる. 時間は L_1, L_2, L_3, L_4, B の各区間の中点をとった4点3区

間のものを用いると,

$$a(2) = \frac{v(2.5) - v(1.5)}{\frac{tt(3) - tt(1)}{2}} \quad (4.10)$$

$$a(3) = \frac{v(3.5) - v(2.5)}{\frac{tt(4) - tt(2)}{2}} \quad (4.11)$$

$$a(4) = \frac{v(4.5) - v(3.5)}{\frac{tt(5) - tt(3)}{2}} \quad (4.12)$$

加速度が求まったので, ボールの運動方程式

$$ma(i) = -\frac{1}{2}C_D(i)\rho\pi r^2 v(i)^2 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.13)$$

より3点の抗力係数 $C_D(2)$, $C_D(3)$, $C_D(4)$ が求めることができる. ここで, m : ボールの重さ [kg], r : ボールの半径 [m], T : 気温 [], ρ : 空気密度 [kg/m³] とする. なお T は投球毎の気温を用いる.

空気密度 ρ は,

$$\rho = 1.293 \left(\frac{273}{273 + T} \right) \quad (4.14)$$

とする.

これらより抗力係数 $C_D(2)$, $C_D(3)$ は,

$$C_D(2) = \frac{-8ma(2)}{\rho\pi r^2 (v(1.5) + v(2.5))^2} \quad (4.15)$$

$$C_D(3) = \frac{-8ma(3)}{\rho\pi r^2 (v(2.5) + v(3.5))^2} \quad (4.16)$$

$$C_D(4) = \frac{-8ma(4)}{\rho\pi r^2 (v(3.5) + v(4.5))^2} \quad (4.17)$$

これらを平均すると,

$$C_D = \frac{C_D(2) + C_D(3) + C_D(4)}{3} \quad (4.18)$$

となり, ボールの抗力係数が求まる.

最小2乗法による算出

座標軸を卓球マシンを原点にしてボールの進行方向に x 軸, ボールの進行方向に対して真横の方向に y 軸, 鉛直上向きに z 軸をとる. さらに, u : x 方向の速度, u_0 : L_1 地点での u の値, w : z 方向の速度とし,

$$s = \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx \quad (4.19)$$

$$D = \frac{C_D \rho \pi r^2}{m} \quad (4.20)$$

とする. ここで, s はボールの飛翔軌跡の長さ, D は式の簡略化のために導入した.

ボールが y 方向に変化していないと考えると, 運動方程式より以下の式が得られる.

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{2} D u \sqrt{u^2 + w^2} \quad (4.21)$$

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{u^2 + w^2} \quad (4.22)$$

上式より,

$$\frac{du}{ds} = -\frac{1}{2} D u \quad (4.23)$$

$$u = u_0 \exp\left(-\frac{1}{2} D s\right) \quad (4.24)$$

を得る. ここで $s \approx x$ と近似すると,

$$u = \frac{dx}{dt} \quad (4.25)$$

となり, これを式 (4.24) に代入して,

$$x = \frac{2}{D} \log\left(1 + \frac{u_0 D t}{2}\right) \quad (4.26)$$

が導かれる. この x を理論値 $\overline{x(t_i)}$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) とし, $\overline{x(t_i)}$ とライト間距離から求められる各スリットライトの位置 x_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) との関数

$$R(u_0, D) = \sum (x_i - \overline{x(t_i)})^2 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (4.27)$$

を最小とする D, u_0 を最小2乗法により求める. この値から式 (4.28) に代入することで C_D を決定した.

$$C_D = \frac{mD}{\rho\pi r^2} \quad (4.28)$$

この値と, 差分法 (式 (4.18)) から求めた値を比較し, 両者がほぼ一致することを確認出来た場合, 式 (4.27) および式 (4.28) より求められた u_0, C_D を, 最終的なボールの球速, 抗力係数の値とした.

4.1.2 C_{LZ} の解析方法と数値計算の導入

揚力係数: C_L の算出 (関数近似による方法)

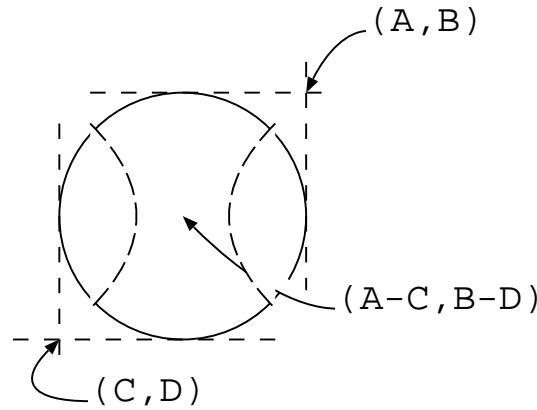


図 4.2: 読み取り方法

揚力係数 C_{LZ} を算出するために, ボールが L_1 を通過する時刻から 30 ~ 50 フレームごとに t とボールの中心座標を読み取る. ボールの中心座標は図 4.2 のように映像中のボールの上下左右の端のピクセル数を読み取り, その平均値をボールの中心座標として使用している. その値と x , ボード上に引いたスケーリング用のラインから, ピクセルを長さに変換して z を求める. x を求める際は, 前カメラ映像からの最小2乗法による方法で求めた x の理論式

$$x = \frac{2}{D} \log\left(1 + \frac{u_0 D t}{2}\right) \quad (4.29)$$

を使用する.

ここで, 式の簡略化のため,

$$L = \frac{C_L \rho \pi r^2}{m} \quad (4.30)$$

とおく.

ボールの z 方向の位置を z , 速度を w として, ボールの運動方程式を考えると, 下式を得ることができる.

$$\frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{2} D w \sqrt{u^2 + w^2} + \frac{1}{2} L u \sqrt{u^2 + w^2} \quad (4.31)$$

$$\frac{dw}{ds} = -\frac{g}{\sqrt{u^2 + w^2}} - \frac{1}{2} D w + \frac{1}{2} L u \quad (4.32)$$

u, w を, 式 (4.32) から

$$u = U \exp\left(-\frac{1}{2} D s\right) \quad (4.33)$$

$$w = W \exp\left(-\frac{1}{2} D s\right) \quad (4.34)$$

とすると,

$$\frac{dW}{ds} = -\frac{g \exp(Ds)}{\sqrt{U^2 + W^2}} - \frac{1}{2} D W + \frac{1}{2} L U \quad (4.35)$$

となる.

また,

$$U = u_0 \gg W \quad (4.36)$$

と仮定すると,

$$\frac{dW}{ds} = -\frac{g \exp(Ds)}{u_0} + \frac{1}{2} L u_0 \quad (4.37)$$

となり, これを Taylor 展開して積分すると,

$$W = w_0 + \left(\frac{L u_0}{2} - \frac{g}{u_0}\right)s - \frac{D g s^2}{2 u_0} \quad (4.38)$$

$$w = \left[w_0 + \left(\frac{L u_0}{2} - \frac{g}{u_0}\right)s - \frac{D g s^2}{2 u_0}\right] \exp\left(-\frac{1}{2} D s\right) \quad (4.39)$$

を得る. ここで, w_0 を L_1 地点での w の値とする.

$u_0 \gg W$ と仮定しているので,

$$\frac{ds}{dt} \approx u_0 \exp(-\frac{1}{2}Ds) \quad (4.40)$$

とすると,

$$dt = \frac{\exp(\frac{1}{2}Ds)}{u_0} ds \quad (4.41)$$

$$s = \frac{2}{D} \log(1 + \frac{u_0 Dt}{2}) \quad (4.42)$$

となり, 式 (4.42) を *Taylor* 展開すると,

$$s \approx u_0 t - \frac{1}{D} (\frac{u_0 Dt}{2})^2 + \frac{2}{3D} (\frac{u_0 Dt}{2})^3 \quad (4.43)$$

が求められる.

また,

$$\frac{dz}{ds} = \frac{W}{u_0} \quad (4.44)$$

より,

$$z = z_0 + \frac{1}{u_0} [w_0 s + \frac{1}{2} (\frac{Lu_0}{2} - \frac{g}{u_0}) s^2 - \frac{Dgs^3}{6u_0}] \quad (4.45)$$

となり, 式 (4.43) を式 (4.45) に代入すると,

$$z \approx z_0 + w_0 t + (\frac{-g}{2} + \frac{Lu_0^2}{4} - \frac{Du_0 w_0}{4}) t^2 + (\frac{D^2 u_0^2 w_0}{12} - \frac{DLu_0^3}{8} + \frac{5Dgu_0}{12}) t^3 \quad (4.46)$$

が求まる.

ここに, 最小2乗法により t の3次式に関数近似を行い, w_0, L を決定した. L は式 (4.46) の t^2 の項から求めた. これにより算出された L を, 以下の式に代入することで C_{LZ} を算出した.

$$C_{LZ} = \frac{mL}{\rho \pi r^2} \quad (4.47)$$

数値積分による C_{LZ} の算出法の導入

第4章で用いた, C_D, C_{LZ} を一定と仮定したボールの運動方程式

$$\frac{dx}{dt} = u \quad (4.48)$$

$$\frac{dz}{dt} = w \quad (4.49)$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{2}Du\sqrt{u^2 + w^2} - \frac{1}{2}Lw\sqrt{u^2 + w^2} \quad (4.50)$$

$$\frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{2}Dw\sqrt{u^2 + w^2} + \frac{1}{2}Lu\sqrt{u^2 + w^2} \quad (4.51)$$

を数値積分することで, ボールの理論軌道を算出することができる. このとき, ボールの x 方向の初速 u_0 と D , z 方向の初速 w_0 と L を初期条件として与える. この初期条件は, 従来どおりの方法 (u_0, D はスリットライトの読み取りから最小2乗法によって, また w_0, L はボールのベキ級数展開を最小2乗法による関数近似によって算出) で算出しておく. 算出された, ボールの理論軌道においての時刻 t におけるボールの位置をそれぞれ $\bar{x}_i(t), \bar{z}_i(t)$ とする. カメラから読み取れるボールの飛翔軌道においての時刻 t におけるボールの位置を $x_i(t), z_i(t)$ とする. ここで, 最小2乗法によって x と z に関する関数

$$R(u_0, D, w_0, L) = \sum [(x_i(t) - \bar{x}_i(t))^2 + (z_i(t) - \bar{z}_i(t))^2] (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (4.52)$$

を最小にする u_0, D, w_0, L を求め, 揚力係数 C_{LZ} を算出した.

4.2 進行方向に対して真横から撮影を行った場合

4.2.1 映像の読み取り

カメラによる映像の中心付近から, ボールの重心座標を各フレーム毎に計11点読み取った. 時間と座標の関係から, 最小2乗法にてボールの速度を算出する. これによって, 各カメラの水平方向の速度成分 u , 垂直方向の速度成分 w を算出することが出来る.

4.2.2 速度減衰率: D の算出方法

抗力係数 C_D を求める為に, 速度減衰率: $D[1/m]$ を算出する. 速度減衰率 D は速度比を用いる方法と, 姿勢角の変化を用いる方法の2通りで算出できるが, 本実験では飛翔距離が短く, 姿勢角の変化が僅かであったため, 速度比を用いる方法で算出を行った. ボールに揚力が働かず抗力のみが働くと仮定すると, 運動方程式の x 成分と飛翔距離 s に関する式.

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{2}Du\sqrt{u^2 + w^2}, \quad (4.53)$$

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{u^2 + w^2}, \quad (4.54)$$

$$\frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{2}Dw\sqrt{u^2 + w^2} \quad (4.55)$$

から時間を消去することができる.

$$\frac{du}{ds} = -\frac{1}{2}Du. \quad (4.56)$$

この式を解くと,

$$u = u_0 \exp\left(-\frac{1}{2}Ds\right) \quad (4.57)$$

となる. これを変形して,

$$D = -\frac{2}{s} \ln\left(\frac{u}{u_0}\right) \quad (4.58)$$

となる. この式に測定した u_0, u, s を代入して速度減衰率 D を得る. ここで, カメラ1地点におけるボールの水平方向と鉛直方向の速度成分(初速)をそれぞれ u_0, w_0 , カメラ2地点におけるボールの水平方向と鉛直方向の速度成分(終速)をそれぞれ u, w とする. また, 重力加速度 $g = 9.81$ [m/s²] を用いる. ボールの速度が十分に速い場合には水平に飛翔し, s を x で近似することができる. ボールの初速が遅く, 飛翔軌道が山なりになる場合には, ボールに働く抗力は小さいと仮定して軌道を放物線で近似する. また, 飛翔距離 s については次節の補正式を使用している.

飛翔距離 s に対する近似

ボールの飛翔軌道に沿う飛翔距離 s をカメラ間距離 x とする近似は, ボールの速度が遅く, 軌道が山なりになる程, 精度が劣化する. そこで, 本研究ではボールがほぼ放物線軌道を描くと仮定し, s を近似的に求めた.

$$x = u_0 t, \quad (4.59)$$

$$z = w_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{w_0}{u_0} x - \frac{g x^2}{2 u_0^2}, \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} s &= \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} dx \\ &= \frac{u_0^2}{2g} \left[\left(\frac{gx}{u_0^2} - \frac{w_0}{u_0} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{gx}{u_0^2} - \frac{w_0}{u_0} \right)^2} + \log \left(\frac{gx}{u_0^2} - \frac{w_0}{u_0} + \sqrt{1 + \left(\frac{gx}{u_0^2} - \frac{w_0}{u_0} \right)^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{w_0}{u_0} \sqrt{1 + \left(\frac{w_0}{u_0} \right)^2} - \log \left(-\frac{w_0}{u_0} + \sqrt{1 + \left(\frac{w_0}{u_0} \right)^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.61)$$

ここで $\frac{w_0}{u_0} = \sinh \xi_0$ を使うと

$$\begin{aligned} s &= \frac{u_0^2}{2g} \left[\left(\frac{gx}{u_0^2} - \sinh \xi_0 \right) \sqrt{1 + \left(\frac{gx}{u_0^2} - \sinh \xi_0 \right)^2} \right. \\ &\quad \left. + \log \left(\frac{gx}{u_0^2} - \sinh \xi_0 + \sqrt{1 + \left(\frac{gx}{u_0^2} - \sinh \xi_0 \right)^2} \right) + \frac{1}{2} \sinh \xi_0 + \xi_0 \right] \end{aligned} \quad (4.62)$$

と変形される.

4.2.3 抗力係数： C_D の算出方法

本研究では, 初速 u_0 , 終速 u の比から速度減衰率 D を求める方法を用いた.

この速度減衰率 D を,

$$C_D = \frac{mD}{\rho\pi r^2} \quad (4.63)$$

に代入し, 抗力係数 C_D を得た.

ただし, m : ボールの質量, ρ 空気密度, r : ボールの半径である.

また, 空気密度 ρ は

$$\rho = 1.293 \left(\frac{273}{273 + T} \right) \quad (4.64)$$

より算出した. ただし, T はボールを発射することに測定した気温である.

4.3 スピンパラメーター SP の算出方法

カメラ映像よりボールの回転数を読み取り, 式 (4.65) に代入することで SP を求める.

$$SP = 2\pi r f / V \quad (4.65)$$

ここで V は,

$$V = \sqrt{u_0^2 + w_0^2} \quad (4.66)$$

とする. ここで u_0 は, 最小二乗法によって C_D を算出する際に求められた値を使用し, w_0 は C_{LZ} を算出する際に求めた値を使用する. また, r : ボールの半径 [m], f : ボールの毎秒回転数 [rps] とする.

4.4 回転軸の算出

回転軸はボールの空力特性を決定する重要な要素の一つであり, その見極めは非常に重要となる. 本研究では以下の方法で回転軸を決定

している.

カメラ映像からボールの表面上の特徴点の y, z 座標を, それらが一回転するまで読み取る. これを楕円に近似し, その重心を回転軸の位置とする. その後, それぞれの球種の定義を鑑み, それに沿うものをそれぞれの球種として解析を行う.

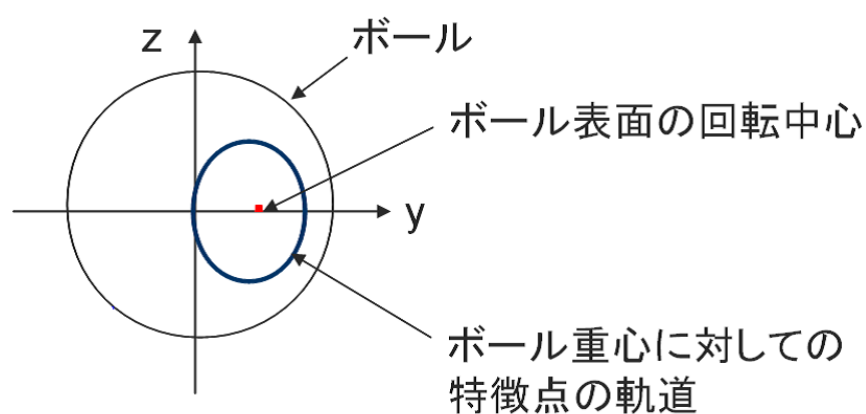


図 4.3: 回転軸解析概略図

第5章

測定精度の検証

5.1 スリットライトの読み取り誤差の検証

スリット光が厚さ約8mmを持つことが測定精度に及ぼす影響を検証する。 $Re = 4.0 \times 10^4$ ではボールが1フレーム(1/1901sec)で5mm程度動くので、スリット光の厚さは大きく見積もると ± 1 フレームの読み取り誤差をもたらしかねない。そこで、読み取ったフレーム数にわざと ± 1 フレームずつ調整を加えて C_D を算出した(図5.1)。その標準偏差からは C_D の読み取り誤差は6%と見積もれる。以下に示すように実際の測定精度はこの値よりも良く、スリット光の厚さに伴う読み取り誤差は ± 1 フレーム以内に収まっている。

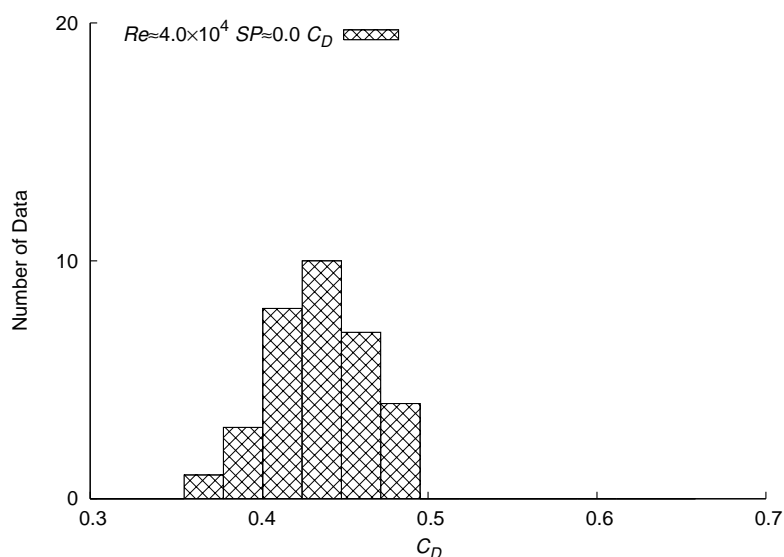


図 5.1: C_D のヒストグラム

5.2 無回転における C_D , C_{LZ} の精度及び確度

C_D , C_{LZ} の測定精度及び確度を確認するために無回転状態 ($SP = 0, Re = 1.8, 4.0 \times 10^4$) の卓球ボールで30球程度測定を行い, 結果をヒストグラムにまとめた(図5.2, 5.3). 無回転の場合, C_D の平均値は $Re = 1.8 \times 10^4$ で $C_D = 0.453$, $Re = 4.0 \times 10^4$ で $C_D = 0.456$ となった. 標準偏差より, C_D の測定結果に含まれる相対誤差は両者とも約2%となった. $Re = 1.8 \times 10^4$ と $Re = 4.0 \times 10^4$ における C_{LZ} の平均値はそれぞれ $C_{LZ} = -4.1 \times 10^{-4}$, $C_{LZ} = 2.0 \times 10^{-2}$ とほとんど揚力が働かない. 標準偏差はそれぞれ0.039, 0.019となった. 一般に無回転状態では揚力が0となるため, 確度が確保できていると言える.

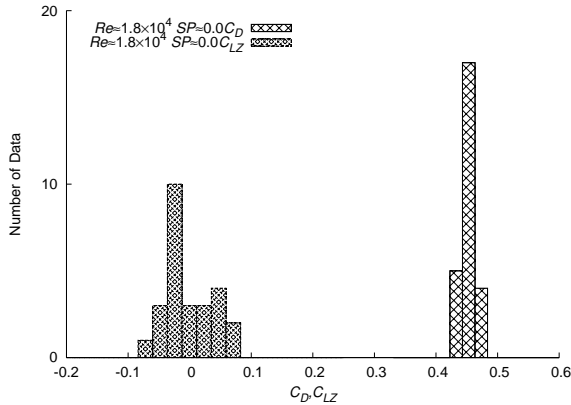


図 5.2: C_D , C_{LZ} のヒストグラム ($SP = 0, Re = 1.8 \times 10^4$)

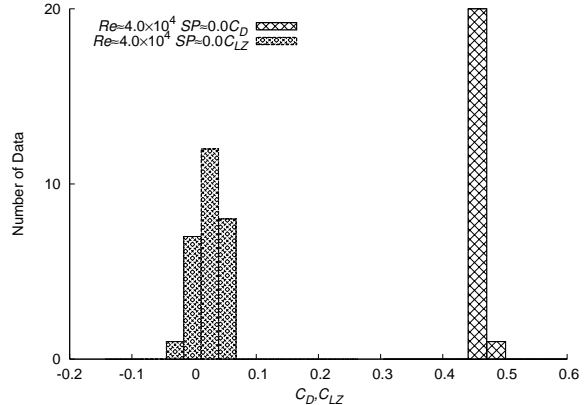


図 5.3: C_D , C_{LZ} のヒストグラム ($SP = 0, Re = 4.0 \times 10^4$)

また, 真横からの画像を解析して得た C_D と比較し, 測定精度を確認する. 無回転状態 ($Re = 1.8, 2.0 \times 10^4, Re = 4.0 \times 10^4$) のボールを進行方向に対して正面, 真横方向から測定した結果と Muto *et al.*^[7] の数値計算結果をまとめた(表5.1, 5.2). $Re = 1.8 \times 10^4$ で正面から撮影した場合と $Re = 2.0 \times 10^4$ で真横から撮影した場合の C_D はそれぞれ $C_D = 0.453$, $C_D = 0.449$ となった. 一方, Muto *et al.* の LES では $Re = 1.0 \times 10^4$ で $C_D = 0.460$ となっている. 飛翔実験では速度減衰が20%程度あるが, 実験結果と LES の C_D 値に有意な差はないだろう. $Re = 4.0 \times 10^4$ では $C_D = 0.456$ (正

面), $C_D = 0.444$ (真横)となった. それぞれの相対誤差を考慮すると, 両者はほぼ一致すると言えるが, 正面からのデータ解析の方が標準偏差は小さい.

表:5.1:無回転の C_D 統計データ

Re 数 ($\times 10^4$)	SP	サンプル数	C_D 平均値 [標準偏差]
1.0 (LES ^[7])	0.0		0.460 [0.016]
1.8 (正面から撮影)	0.0	26	0.453 [0.010]
2.0 (真横から撮影)	0.0	16	0.449 [0.033]
4.0 (正面から撮影)	0.0	28	0.456 [0.008]
4.0 (真横から撮影)	0.0	25	0.444 [0.021]

表:5.2:無回転の C_{LZ} 統計データ

Re 数 ($\times 10^4$)	SP	サンプル数	C_{LZ} 平均値 [標準偏差]
1.0 (LES ^[7])	0.0		5.0×10^{-3} [0.036]
1.8	0.0	26	-4.1×10^{-4} [0.039]
4.0	0.0	28	2.0×10^{-2} [0.019]

5.2.1 バックスピンとトップスピンの比較

測定系の確度を確認するため, $Re = 4.0 \times 10^4$, $|SP| = 1.0$ でバックスピン, トップスピンそれぞれ30球程度の測定を行い, C_D, C_{LZ} をそれぞれヒストグラムにまとめた(図5.4, 5.5, 表5.3). C_D の平均値はそれぞれ0.480, 0.495で, C_{LZ} の平均値はそれぞれ0.306, -0.288となった. また, C_D の標準偏差は両者とも0.008, C_{LZ} はそれぞれ0.014, 0.016となった. 標準偏差を考慮すると, 同じ条件における両者の C_D と C_{LZ} の絶対値に有意な差はなく, 確度は高いと言える. 以下の飛翔実験では軌道がより直線的で, スリットライトの照射がはっきり見えるバックスピンの計測を行った.

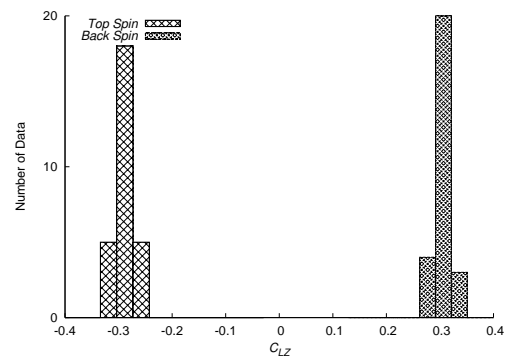
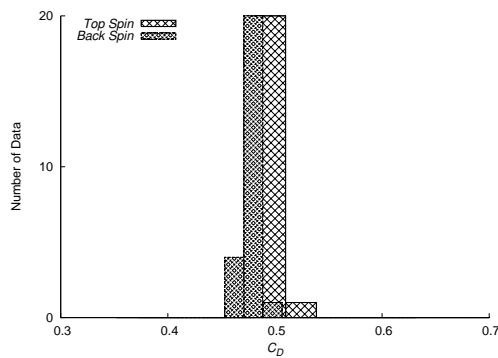


図 5.4: C_D の ヒ ス ト グ ラ ム 図 5.5: C_{LZ} の ヒ ス ト グ ラ ム
($|SP| = 1.0, Re = 4.0 \times 10^4$)

表:5.3: C_D, C_{LZ} 統計データ ($Re = 4.0 \times 10^4, SP = 1.0$)

Re 数 ($\times 10^4$)	SP	サンプル数	C_D 平均値 [標準偏差]	C_{LZ} 平均値 [標準偏差]
4.0 (バックスピン)	1.0	28	0.480 [0.008]	0.306 [0.014]
4.0 (トップスピン)	1.0	28	0.495 [0.008]	-0.288 [0.016]

5.2.2 バックスピンにおける C_D , C_{LZ} の精度

$Re = 5.0 \times 10^4 \sim 9.0 \times 10^4$ の特定の SP において30球程度測定を行い, 精度の確認を行った(表5.4, 図5.6~5.23). 測定結果に関しては, 次節の図6.6~6.8にエラーバーで示す. 標準偏差より, C_D の相対誤差は概ね5%以内にとどまるが, C_{LZ} の平均値が小さい場合(特に $Re = 9.0 \times 10^4, SP = 0.5$)には相対誤差は大きくなる.

表:5.4:バックスピンの C_D , C_{LZ} 統計データ

Re 数 ($\times 10^4$)	SP	サンプル数	C_D 平均値 [標準偏差]	C_{LZ} 平均値 [標準偏差]
5.0	0.4	26	0.504 [0.007]	0.200 [0.017]
	0.6	26	0.440 [0.008]	0.092 [0.022]
	0.8	26	0.405 [0.015]	0.166 [0.013]
7.0	0.3	24	0.501 [0.008]	0.149 [0.017]
	0.5	25	0.476 [0.024]	0.165 [0.033]
	0.7	30	0.350 [0.009]	0.168 [0.023]
9.0	0.3	28	0.498 [0.010]	0.107 [0.028]
	0.5	29	0.397 [0.010]	0.025 [0.029]
	0.7	25	0.380 [0.011]	0.174 [0.021]

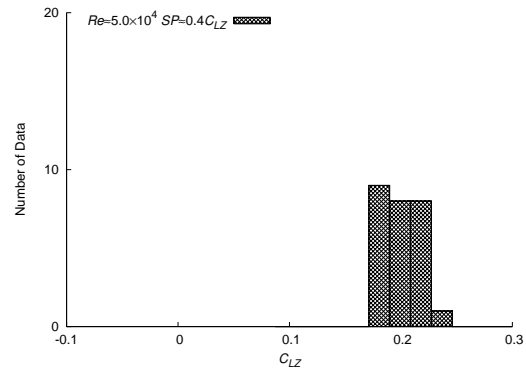
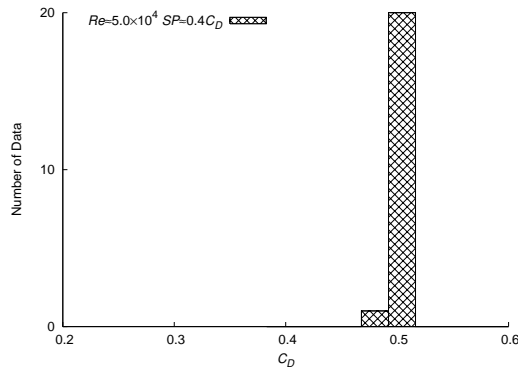


図 5.6: $SP \approx 0.4$, $Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム

図 5.7: $SP \approx 0.4$, $Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム

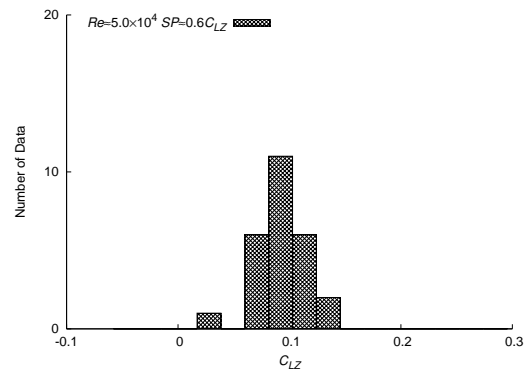
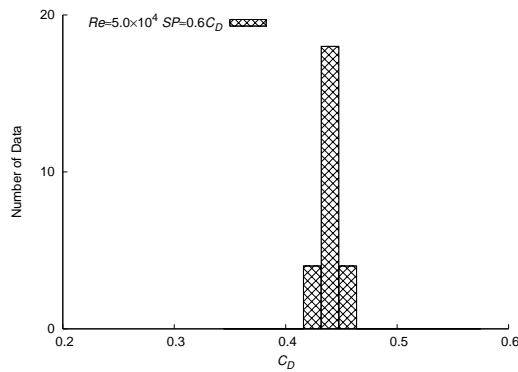


図 5.8: $SP \approx 0.6$, $Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム

図 5.9: $SP \approx 0.6$, $Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム

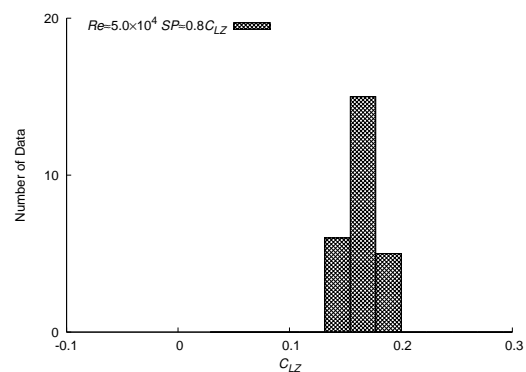
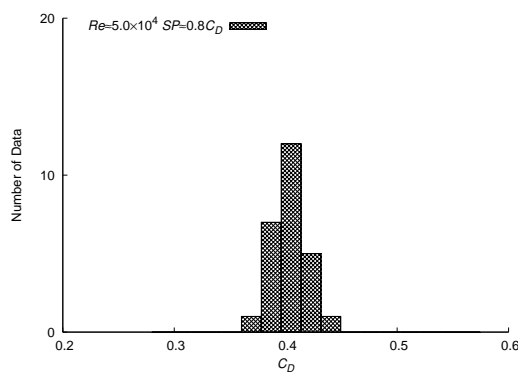


図 5.10: $SP \approx 0.8$, $Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム

図 5.11: $SP \approx 0.8$, $Re \approx 5.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム

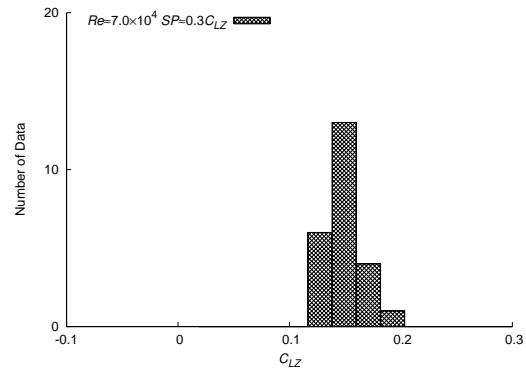
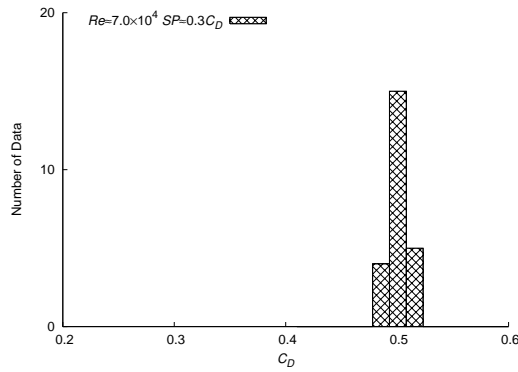


図 5.12: $SP \approx 0.3$, $Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム

図 5.13: $SP \approx 0.3$, $Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム

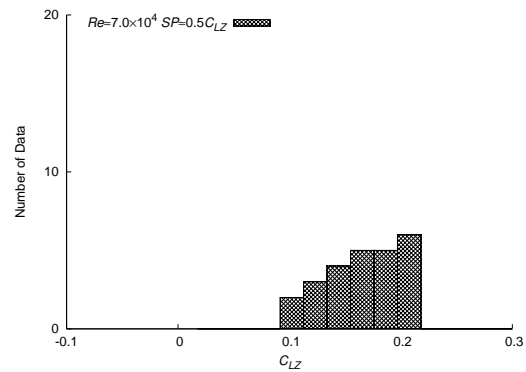
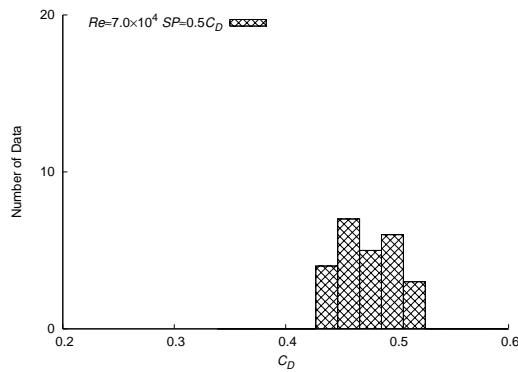


図 5.14: $SP \approx 0.5$, $Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム

図 5.15: $SP \approx 0.5$, $Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム

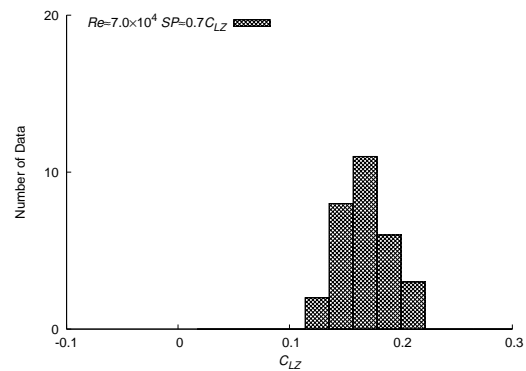
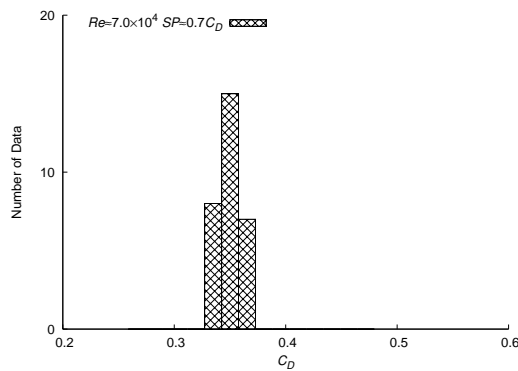


図 5.16: $SP \approx 0.7$, $Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム

図 5.17: $SP \approx 0.7$, $Re \approx 7.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム

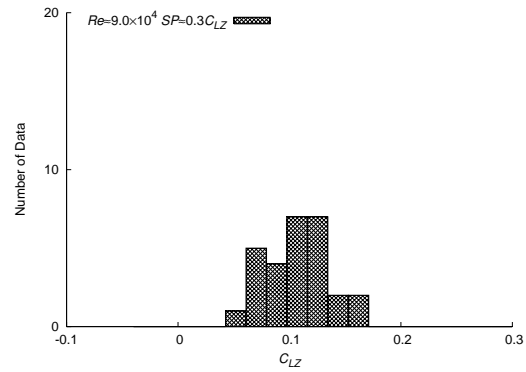
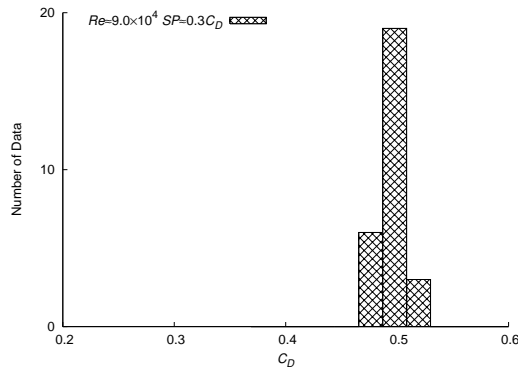


図 5.18: $SP \approx 0.3, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム

図 5.19: $SP \approx 0.3, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム

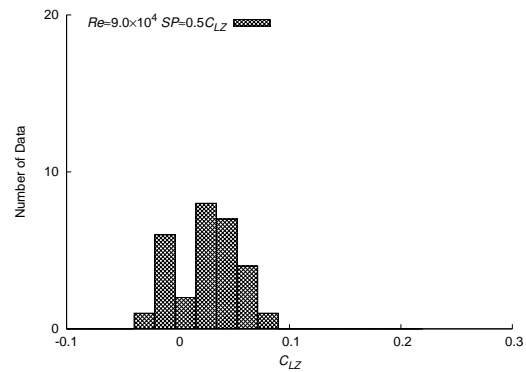
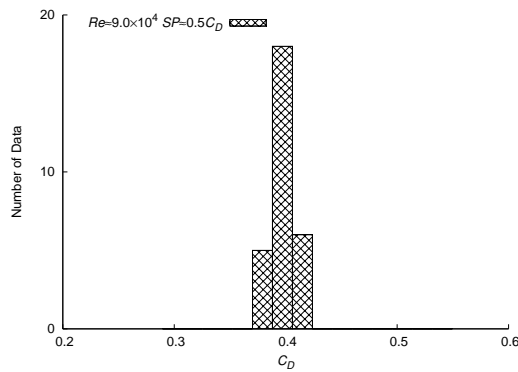


図 5.20: $SP \approx 0.5, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム

図 5.21: $SP \approx 0.5, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム

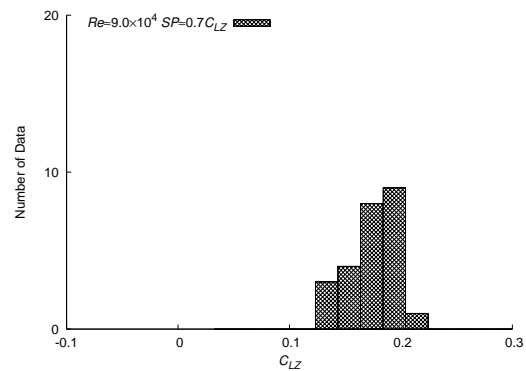
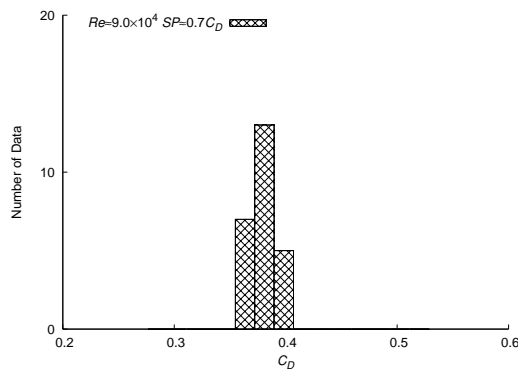


図 5.22: $SP \approx 0.7, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_D ヒストグラム

図 5.23: $SP \approx 0.7, Re \approx 9.0 \times 10^4$ の C_{LZ} ヒストグラム

第6章

解析結果及び考察

6.1 C_D と C_{LZ} の Re 数依存性

まず, バックスピンする卓球ボールの C_D , C_{LZ} の Re 依存性について述べる. $SP = 0.5$, $SP = 1.0$ の場合の測定結果をそれぞれ図 6.1, 6.2 に示す. $SP = 0.5$ の場合 (図 6.1), C_D , C_{LZ} はともに $3.0 \times 10^4 \leq Re \leq 5.0 \times 10^4$ で $C_D = 0.5$, $C_{LZ} = 0.25$ とほぼ一定となり, $Re = 5.0 \times 10^4$ 付近から Re 数が増加するにつれて減少し, $Re = 8.0 \times 10^4$ 付近で $C_D = 0.4$, $C_{LZ} = 0.1$ となった. 高見ら^[6]の指摘のように C_{LZ} の減少と C_D の減少は対で観測される. $SP = 1.0$ の場合 (図 6.2), C_D , C_{LZ} とともに $2.0 \times 10^4 \leq Re \leq 3.0 \times 10^4$ でほぼ一定であるが, $Re = 4.0 \times 10^4$ から C_D は緩やかに減少し, C_{LZ} は増加した. $Re = 7.0 \times 10^4$ 付近で $C_D = 0.43$, $C_{LZ} = 0.35$ となった.

図 6.1 では $Re = 5.0 \times 10^4$ で C_D , C_{LZ} が減少する. その原因として, 球下面で乱流遷移が生じ, 剥離点が球後方に移動することで後流の向きが水平に近くなり, さらに後流域が狭まったためであると推測される. また, 図 6.2 における C_{LZ} がゆるやかに増加した原因は, 球上面でも乱流遷移が生じ, 剥離点が球下面よりも後方に移動することで後流の向きが下向きになったためであると推測される^[7]. これは Taneda^[3] による「負のマグナス効果」のメカニズムを拡張した推測であるが, 回転する球表面における境界層の安定性と乱流遷移過程についてはより詳細な検討が必要である.

次に, 回転軸が $\theta = 0^\circ$ (ライフルスピン), 30° , 45° , 90° (バックスピン) における C_D , C_{LZ} の Re 依存性について述べる. $SP = 0.34$ の場合の測定結果を図 6.3 に示す. 回転軸角度 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ では $C_D = 0.45$, $\theta = 90^\circ$ では $C_D = 0.5$ でほぼ一定となった. C_{LZ} に関しては $\theta = 30^\circ$

, 90° では Re 数が増加するにつれて減少し, $Re = 6.0 \times 10^4$ でそれぞれ $C_{LZ} = 0.14, 0.18$ となった. $\theta = 45^\circ$ では $Re = 5.0 \times 10^4$ まで $C_{LZ} = 0.2$ で一定となり, $5.0 \times 10^4 \leq Re \leq 6.5 \times 10^4$ で減少した. C_{LZ} が減少した原因は球下面で乱流遷移が生じ, 剥離点が球後方に移動することで後流の向きが水平に近くなるためであると推測される.

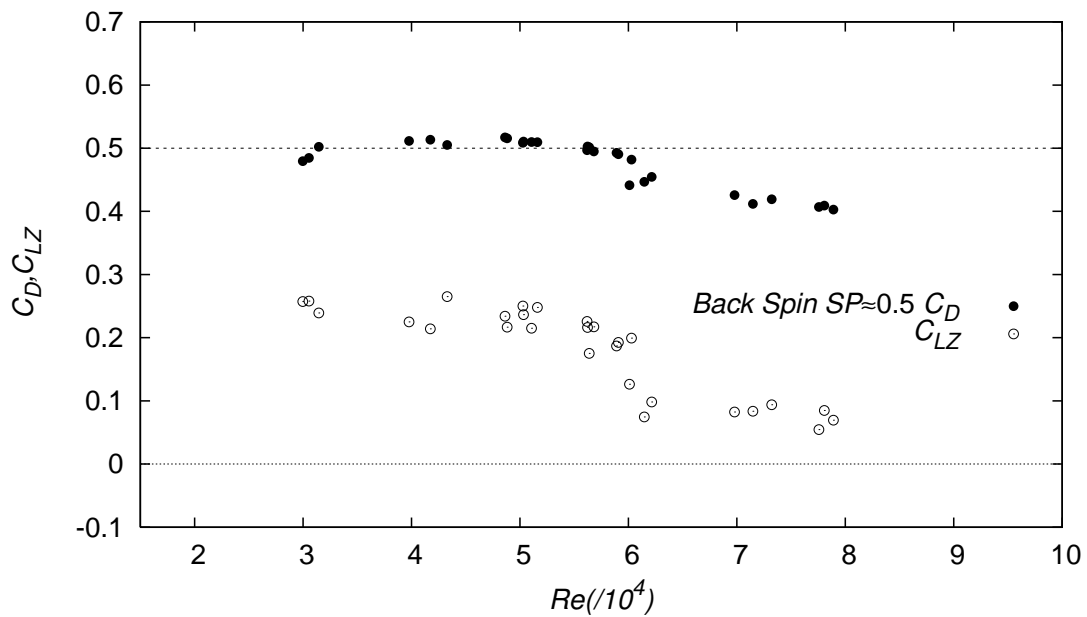
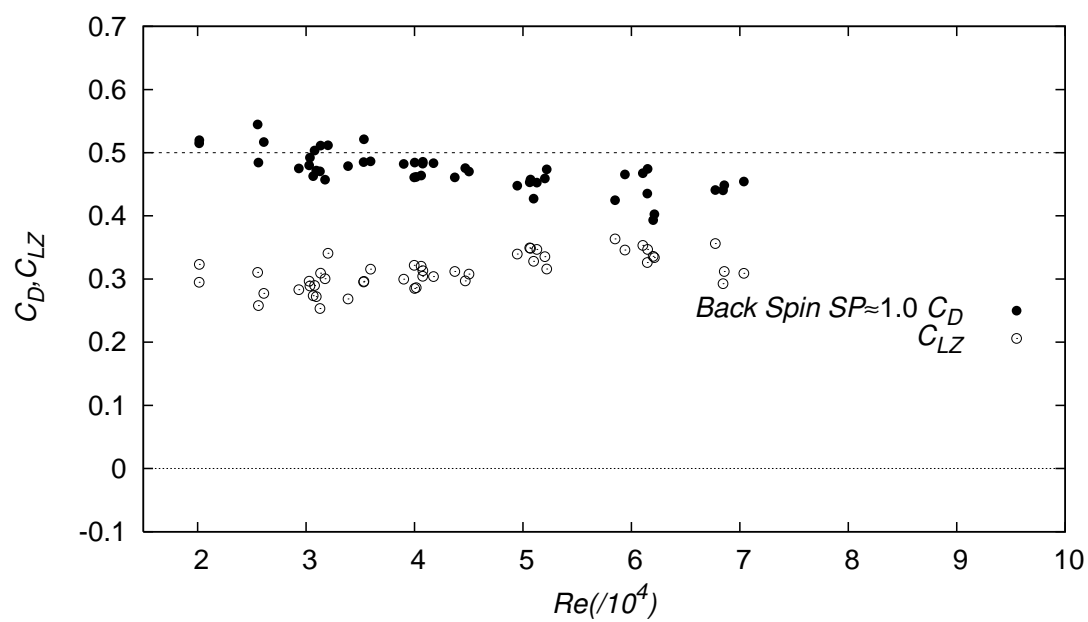
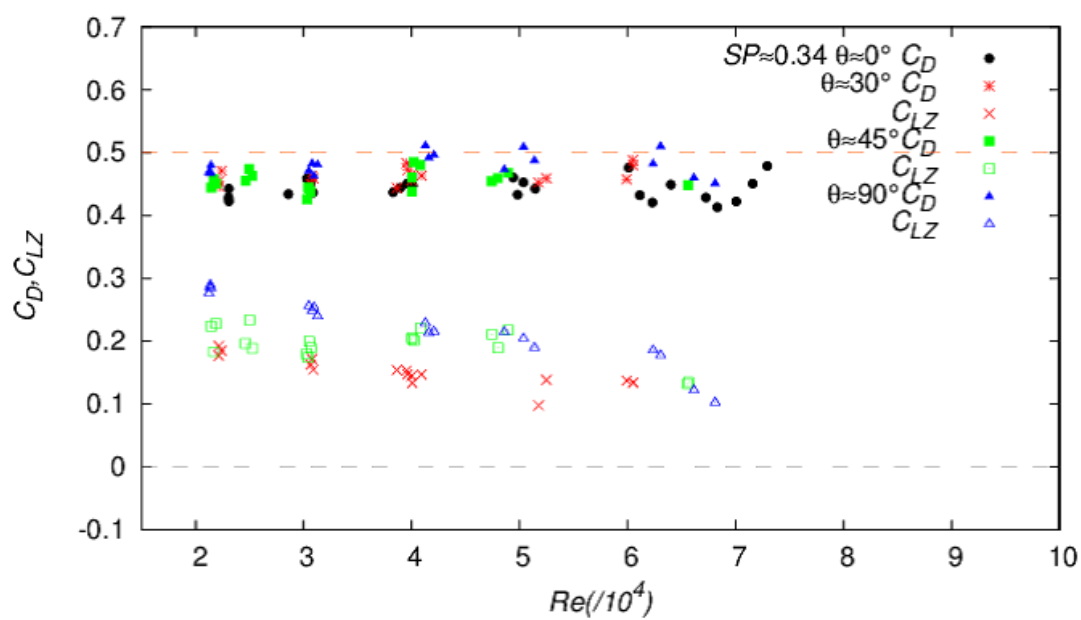


図 6.1: C_D と C_{LZ} の Re 数依存性 ($SP = 0.5$)

図 6.2: C_D と C_{LZ} の Re 数依存性 ($SP = 1.0$)図 6.3: C_D と C_{LZ} の Re 数依存性 ($SP = 0.34$)

6.2 C_D と C_{LZ} の SP 依存性

バックスピンする卓球ボールの C_D, C_{LZ} の SP 依存性を測定した. $Re = 2.0, 3.0, 5.0, 7.0, 9.0 \times 10^4$ の場合についての結果をそれぞれ図 6.4~6.8 に示す.

$Re = 2.0 \times 10^4$ の場合 (図 6.4), $0 \leq SP \leq 0.6$ の領域で C_D, C_{LZ} とともに単調増加し, 極大値 $C_D = 0.54, C_{LZ} = 0.30$ をとる. C_D は $0.6 \leq SP \leq 1.0$ で緩やかに減少した. 一方, C_{LZ} は $0.6 \leq SP \leq 0.7$ で減少し, $0.7 \leq SP$ で再度増加した. $Re = 3.0 \times 10^4$ の場合 (図 6.5), $0 \leq SP \leq 0.6$ の領域で C_D, C_{LZ} とともに単調増加し, 極大値 $C_D = 0.52, C_{LZ} = 0.28$ をとる. そして, $0.6 \leq SP \leq 0.8$ で緩やかに減少し, $0.8 \leq SP$ で再度増加した. $Re = 5.0 \times 10^4$ の場合 (図 6.6), $0 \leq SP \leq 0.5$ の領域で C_D, C_{LZ} は SP が増加するとともに増加し, 極大値 $C_D = 0.51, C_{LZ} = 0.25$ をとる. $0.5 \leq SP \leq 0.7$ で SP が増加するにつれて減少し, 極小値 $C_D = 0.37, C_{LZ} = 0.13$ をとる. $SP = 0.7$ を超えると再度増加した. C_D, C_{LZ} の変動幅は $Re = 3.0 \times 10^4$ の場合よりも増加する. $Re = 7.0 \times 10^4$ の場合 (図 6.7) にも, 同様の傾向が見られる. $0 \leq SP \leq 0.4$ の領域で C_D, C_{LZ} は SP が増加するとともに増加した. $SP = 0.4$ で極大値 $C_D = 0.50, C_{LZ} = 0.18$ をとる. $0.4 \leq SP \leq 0.6$ で SP が増加するにつれて減少し, 極小値 $C_D = 0.33, C_{LZ} = 0.10$ をとる. $SP = 0.6$ を超えると再度増加した. $Re = 9.0 \times 10^4$ (図 6.8) に関しても, 全体的に類似の傾向がみられ, $SP = 0.5$ では C_{LZ} が 0 付近まで減少した. また, C_D の極小を与える $SP = 0.65$ は C_{LZ} の極小を与える $SP = 0.5$ よりも有意に大きい.

各 Re 数で SP の増加に伴い, C_D, C_{LZ} とともに増加 \rightarrow 減少 \rightarrow 増加という変動が見られ, Re 数が増加するにつれて極大・極小値をとる SP が徐々に減少する. $Re = 5.0 \times 10^4$ では $0.5 \leq SP \leq 0.7$, $Re = 7.0 \times 10^4$ では $0.4 \leq SP \leq 0.6$, $Re = 9.0 \times 10^4$ においては $0.3 \leq SP \leq 0.5$ の領域で, C_D, C_{LZ} がともに減少した原因として球下面での境界層の乱流遷移が推測される. それにより, 剥離点が球後方に移動することで後流の向きが水平に近くなり, さらに後流域が狭まるためと考えられる^[7]. また, C_{LZ} が $Re = 5.0 \times 10^4$ では $0.7 \leq SP$, $Re = 7.0 \times 10^4$ では $0.6 \leq SP$, また $Re = 9.0 \times 10^4$

においては $0.5 \leq SP$ の領域で再度増加している原因は回転数の増加に伴って、球上面の剥離点が球後方へ移動し、後流が下向きになるためとであると推測される。また、その領域で C_D も増加する理由としては C_{LZ} の増加に伴う誘導抵抗の増加による可能性がある。

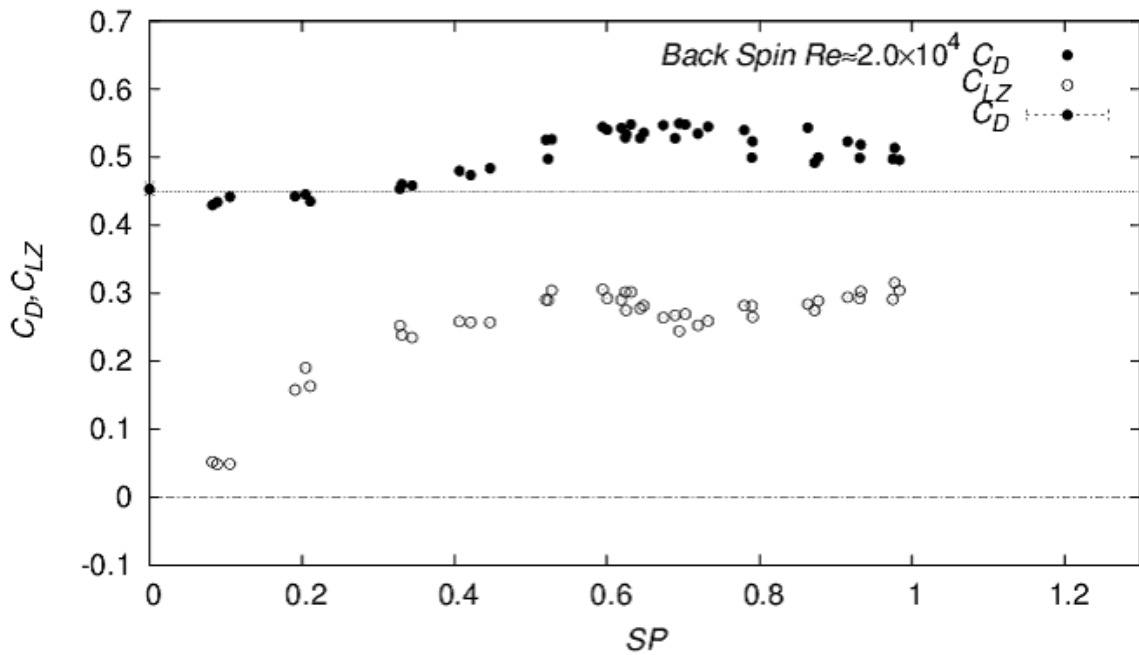
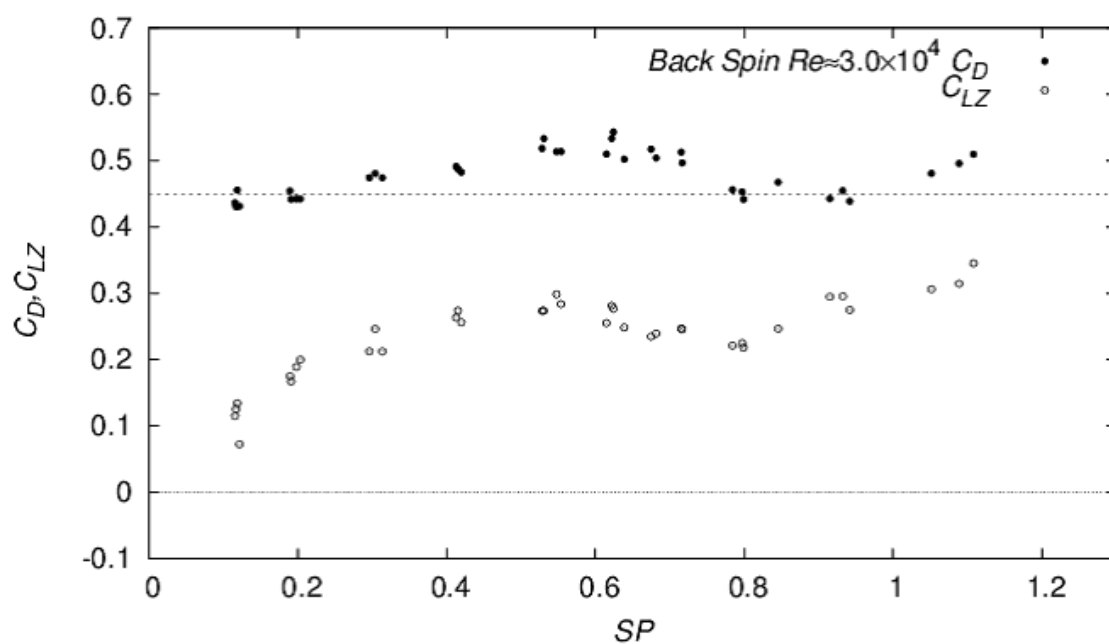
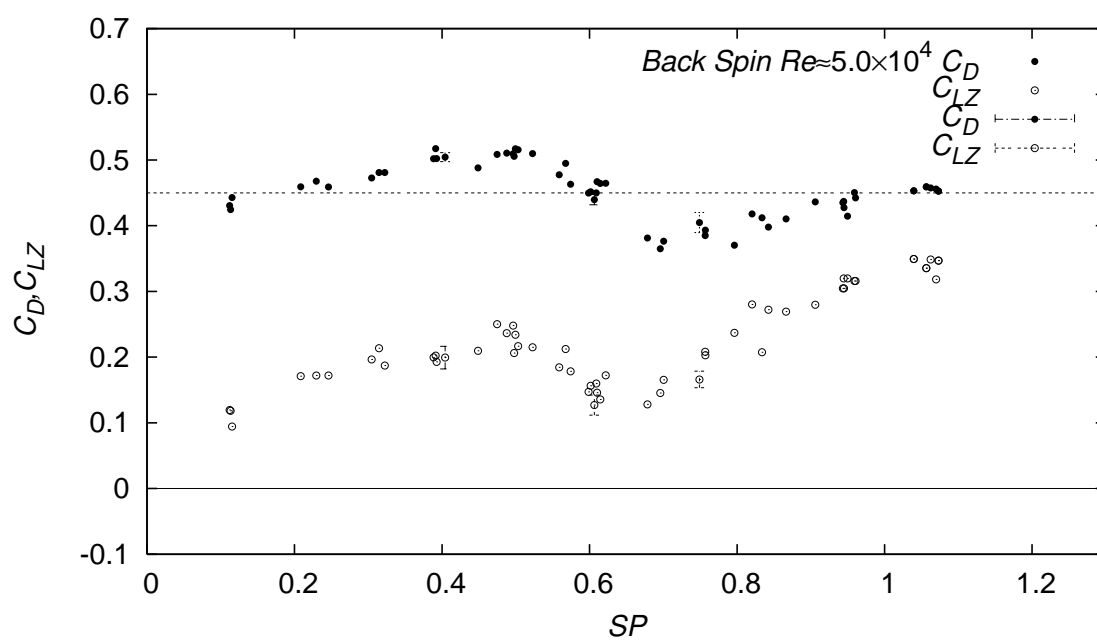
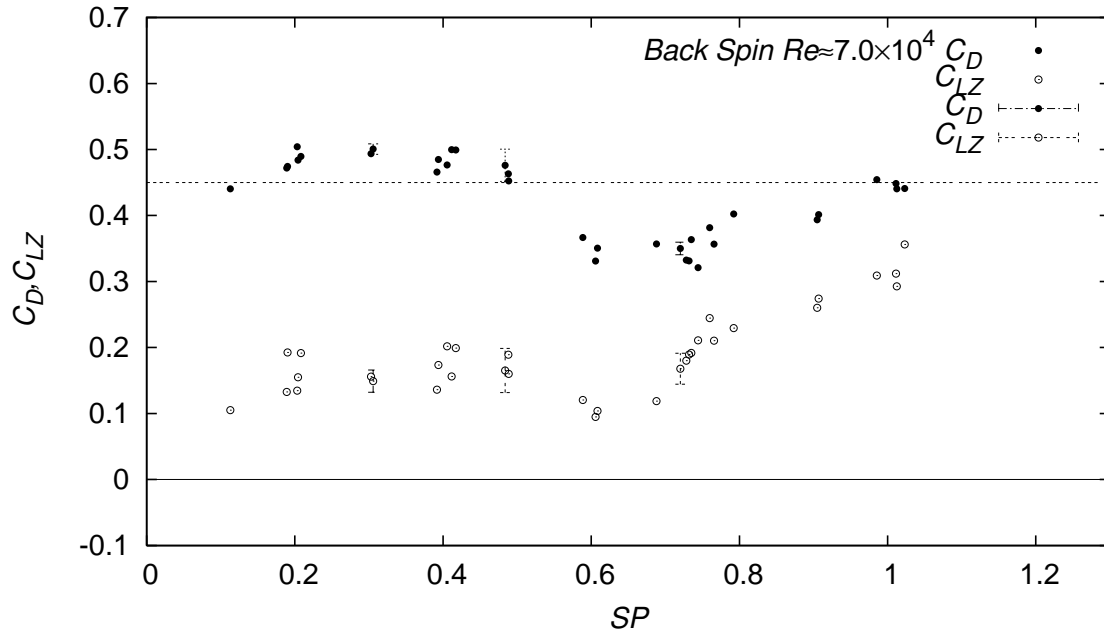
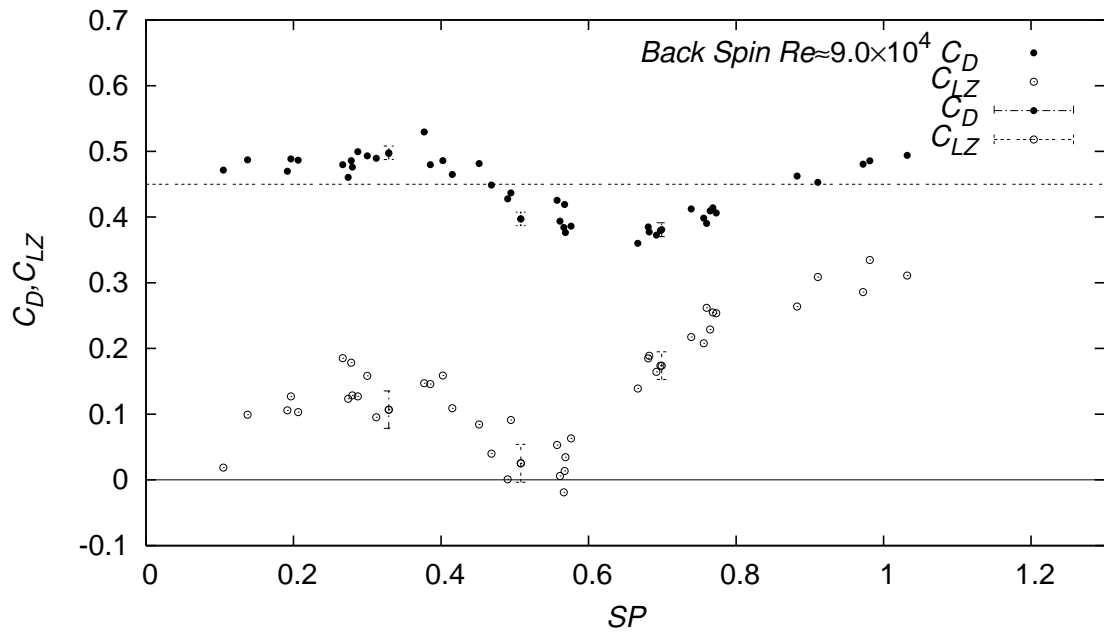


図 6.4: C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 2.0 \times 10^4$)

図 6.5: C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 3.0 \times 10^4$)図 6.6: C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 5.0 \times 10^4$)

図 6.7: C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 7.0 \times 10^4$)図 6.8: C_D と C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 9.0 \times 10^4$)

6.3 C_D と C_{LZ} の回転軸 θ 依存性

$SP = 0.34$ における回転軸 θ 依存性を測定した. $Re = 3.0, 5.0 \times 10^4$ の場合の測定結果をそれぞれ図6.9, 6.10で示す. $Re = 3.0 \times 10^4$ の場合(図6.9), C_D は $\theta = 60^\circ$ まで $C_D = 0.45$ で一定となり, $60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で緩やかに増加し, $C_D = 0.48$ となった. $Re = 5.0 \times 10^4$ の場合(図6.10)では $\theta = 45^\circ$ まで $C_D = 0.45$ で一定となり, $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で緩やかに増加し, $C_D = 0.48$ となった. C_{LZ} は回転軸を 90° に傾けるにつれて緩やかに増加し, $Re = 3.0 \times 10^4$ の場合では $60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で $C_{LZ} = 0.25$, $Re = 5.0 \times 10^4$ の場合では $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で $C_{LZ} = 0.2$ とほぼ一定となった.

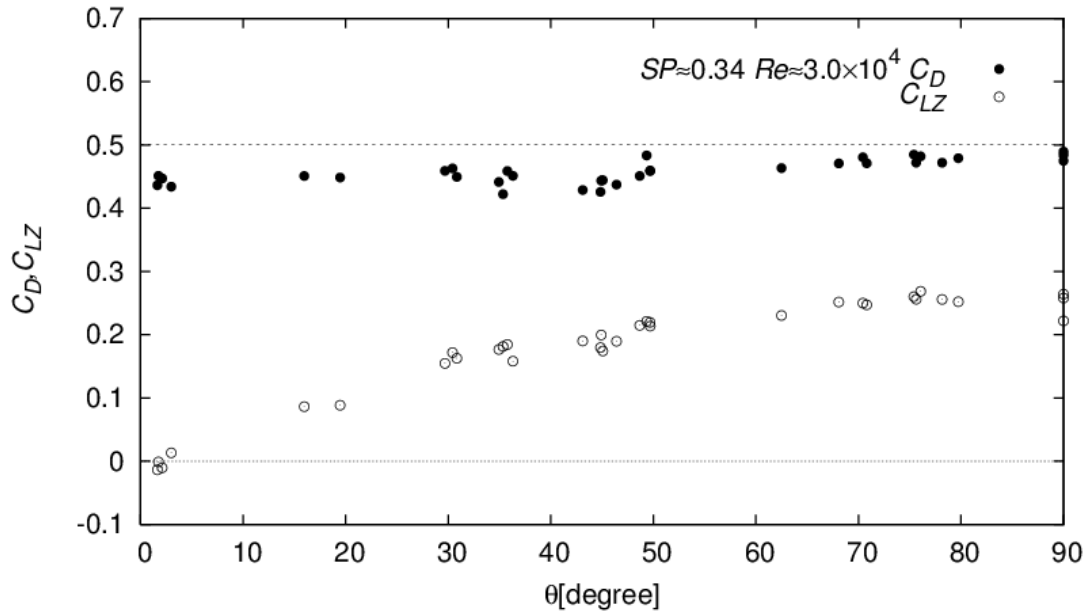
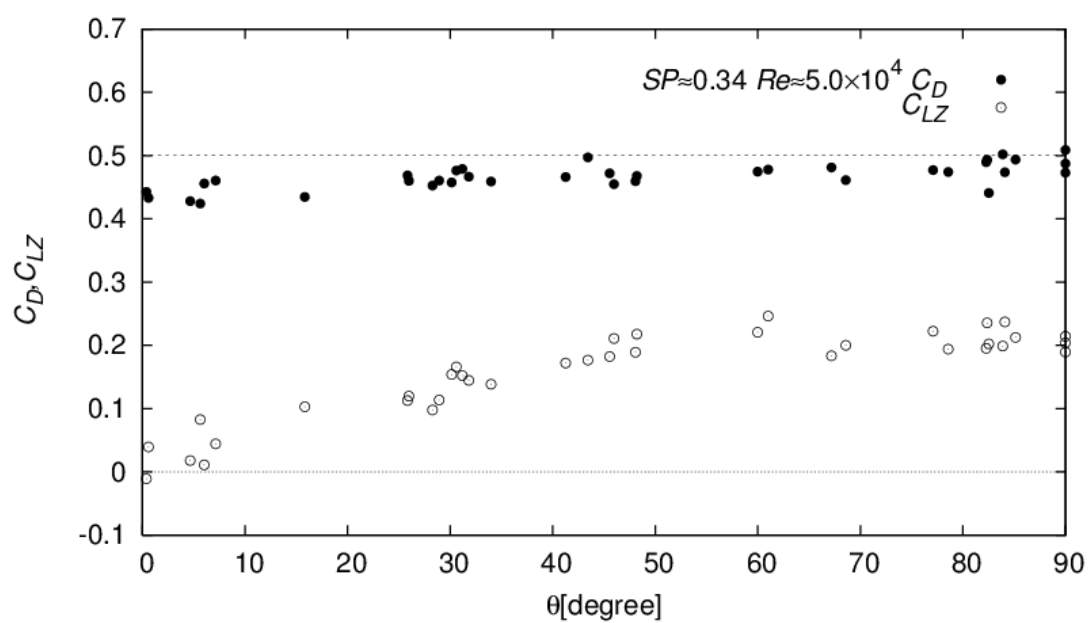


図6.9: C_D と C_{LZ} の θ 依存性 ($Re = 3.0 \times 10^4$)

図 6.10: C_D と C_{LZ} の θ 依存性 ($Re = 5.0 \times 10^4$)

6.4 高見らの実験結果との比較

先行研究として高見ら^[6]が直径 $7.16 \times 10^{-2}\text{m}$ の真球を用いて飛翔実験を行ってきた。 $Re = 1.1 \times 10^5$, $Re = 1.6 \times 10^5$ に固定して SP 依存性を測定した飛翔実験結果を図 6.11, 6.12 にそれぞれ示す。

$Re = 1.1 \times 10^5$ の場合 (図 6.11), $0 \leq SP \leq 0.4$ の領域では, $C_D = 0.5$ で一定となり, $0.4 \leq SP$ で減少している。 C_{LZ} は $0 \leq SP \leq 0.3$ の領域で緩やかに増加し, $SP = 0.4$ で正から負へと切り替わる。 $SP = 0.45$ で極小値 $C_{LZ} = -0.07$ をとり, 再度増加している。一方, 測定された SP 領域では C_D は極小値をとらない。 $Re = 1.6 \times 10^5$ の場合 (図 6.12) も同様の傾向が見られる。 $0 \leq SP \leq 0.2$ の領域では $C_D = 0.5$ で一定となり, さらに SP が大きくなると C_D は減少する。 C_{LZ} は $0 \leq SP \leq 0.2$ で $C_{LZ} = 0$ をとる。 $SP = 0.2$ から負へ切り替わり, $SP = 0.25$ で極小値 $C_{LZ} = -0.2$ をとる。 $0.3 \leq SP$ では SP とともに C_{LZ} が増加する。

6.2 節に示した本実験結果と高見ら^[6]の結果を比較すると, 両者の C_D , C_{LZ} の変動に類似した傾向が見られ, $Re = 9.0 \times 10^4$ まで正であった C_{LZ} が $Re = 1.1 \times 10^5$ では負に転じている。つまり, $Re = 1.0 \times 10^5$ 付近を境に正から負に転じていることがわかる。したがって, Re 数が 10 % 増加することで負のマグナス効果が生じることになり, 室温や気圧に伴う空気の粘性係数や密度の変化によって Re 数が増減して, 揚力係数の正負が分かれる可能性もある。

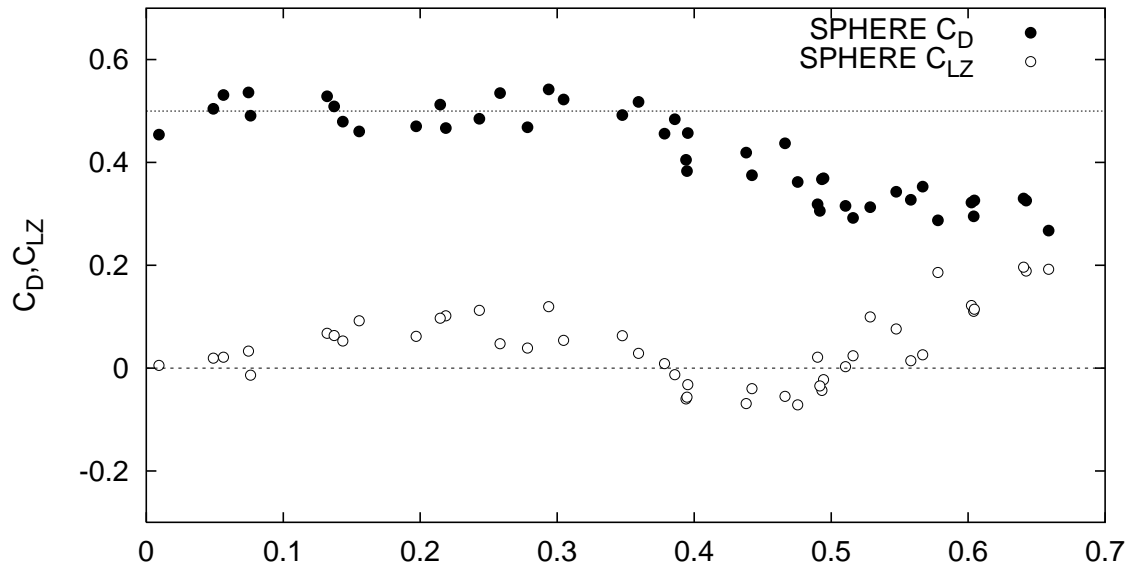


図6.11: C_D と C_{LZ} の SP 依存性 (Sphere: $Re = 1.1 \times 10^5$, 高見ら^[6]の図11)

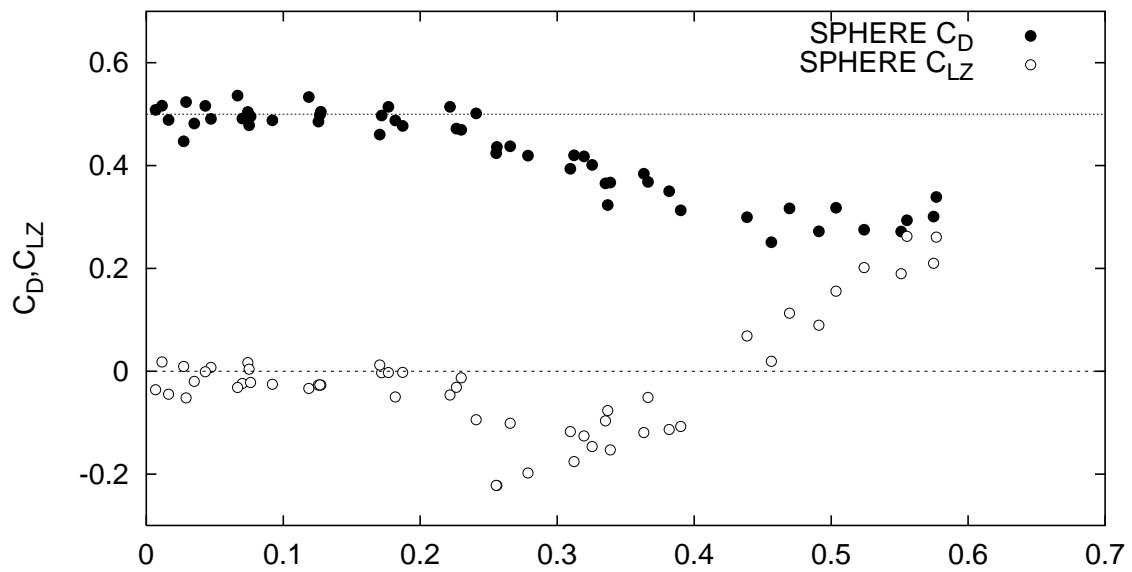


図6.12: C_D と C_{LZ} の SP 依存性 (Sphere: $Re = 1.6 \times 10^5$, 高見ら^[6]の図12)

6.5 風洞実験結果との比較

小西ら^[5]は直径 $4.4 \times 10^4 \text{m}$ のラージボールを用いて風洞実験を行い, C_D, C_{LZ} の SP 依存性を測定した. その結果を図6.13, 6.14に示す. 6.2節に示した飛翔実験結果と同様, C_D, C_{LZ} とともに SP が増加するにつれて増加 → 減少 → 増加する. また, Re 数が増加するにつれて C_D, C_{LZ} の変動幅が増加し, C_D, C_{LZ} の極大・極小値をとる SP の値が小さくなる. 風洞実験では $5.5 \times 10^4 \leq Re \leq 9.0 \times 10^4, 0.2 < SP \leq 0.6$ の領域で揚力係数が負となり, Taneda が示した領域ともほぼ一致する.

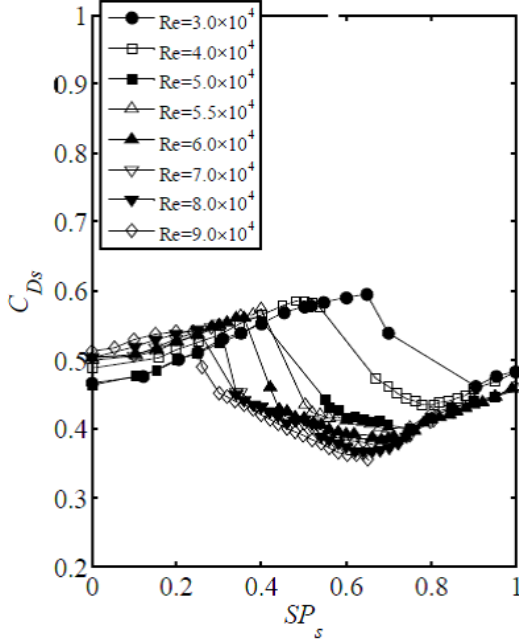


図6.13: C_D の SP 依存性 (風洞実験)

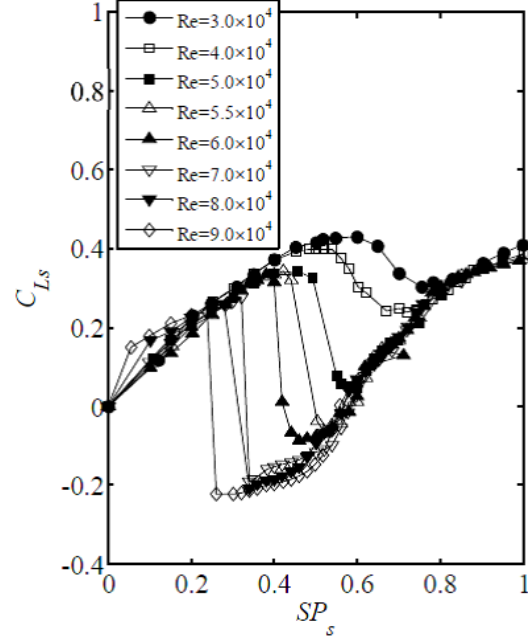


図6.14: C_{LZ} の SP 依存性 (風洞実験)

そこで, 風洞実験の結果から得られる C_D, C_{LZ} をもとに, 飛翔軌道を計算し, 我々の実験結果と比較した. $Re = 3.0, 5.0, 7.0, 9.0 \times 10^4$ における結果を図6.15~6.25に示す. ここで, 風洞実験から再現した飛翔軌道には飛翔実験で得た軌道となるべくフィットするようにした初速の鉛直方向成分 (w_0) を用いた. $SP = 0.2, 0.8$ 付近では, 飛翔実験と風洞実験との C_D, C_{LZ} の差が小さいため, 類似した軌道となるが, w_0 を動かしても軌道は完全には一致しなかった. 風洞実験において揚力が急激に減少す

る領域 ($5.0 \times 10^4 \leq Re \leq 9.0 \times 10^4, 0.2 < SP \leq 0.6$) では, 飛翔実験との C_{LZ} の差が大きいため, 両者の軌道の違いは著しくなった. 飛翔実験と風洞実験の C_D, C_{LZ} に有意な差がある原因は風洞実験が定常状態であるのに対し, 飛翔実験は非定常現象であるためと考えられる. 風洞実験の結果から準定常性を仮定して軌道を求めてみても飛翔実験の結果を決して再現し得ない.

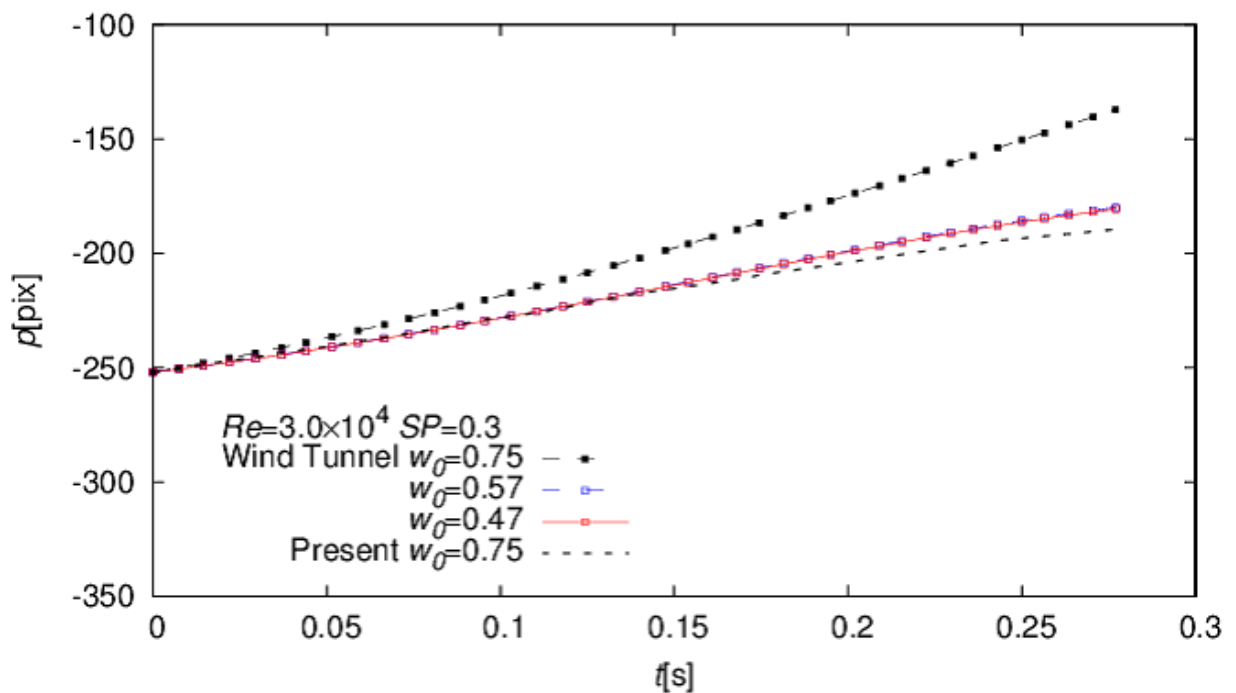
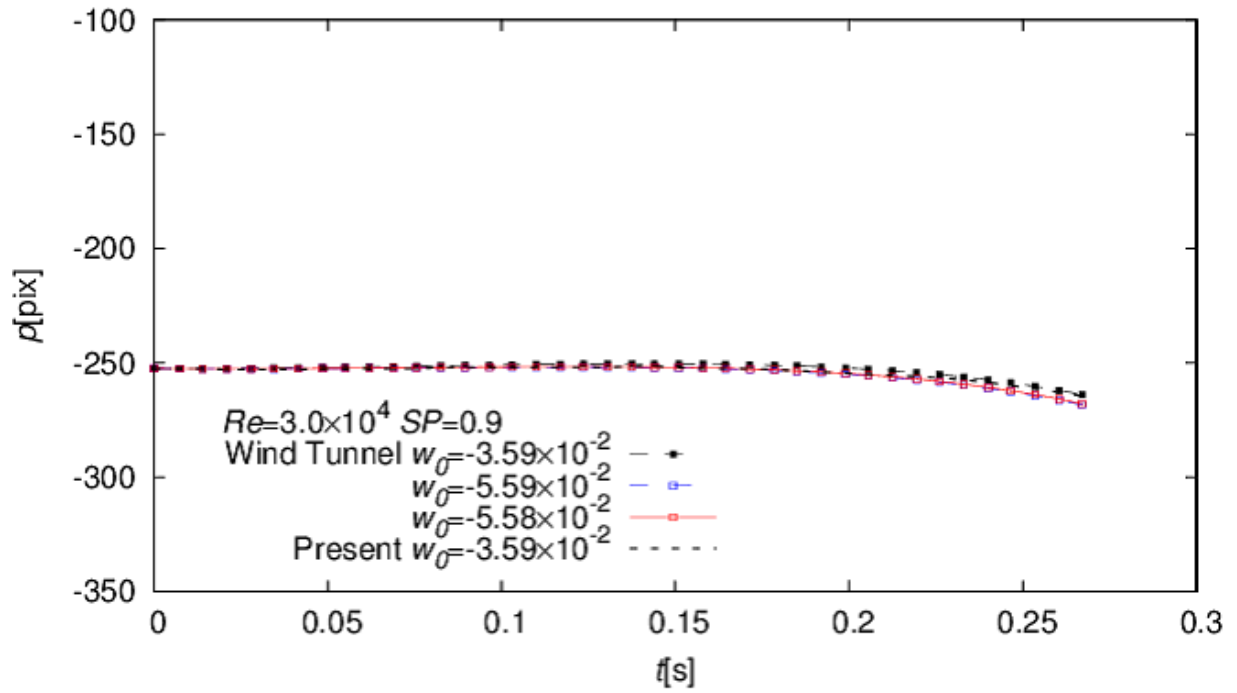
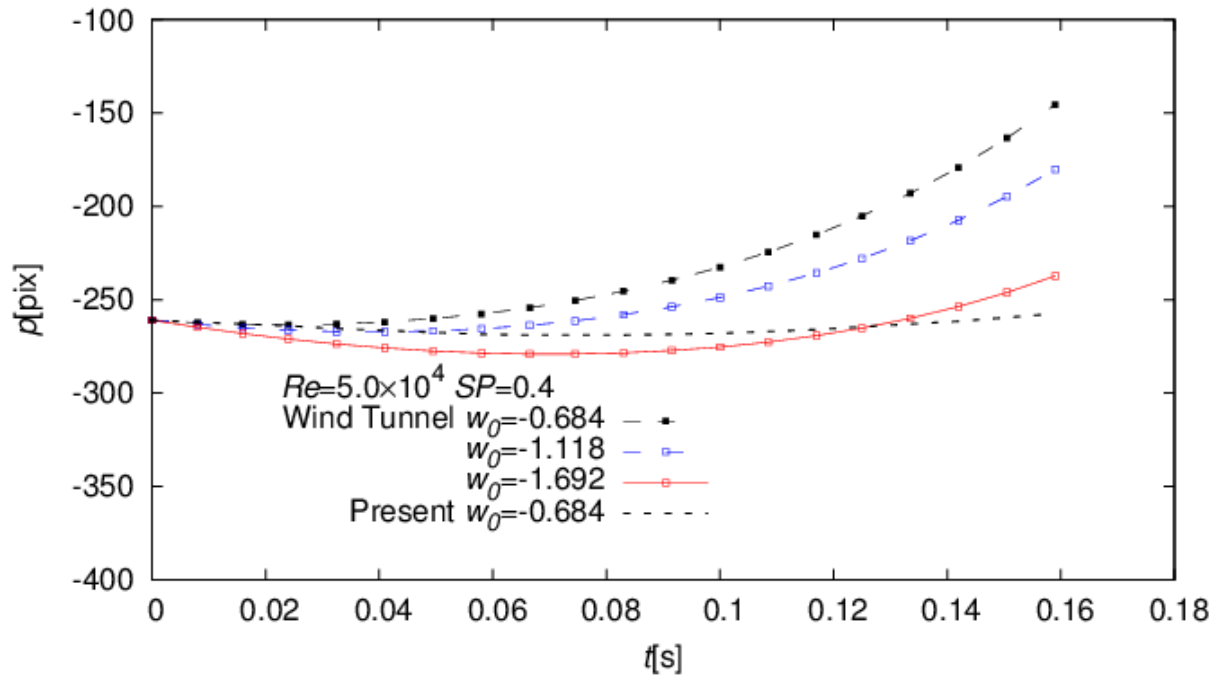
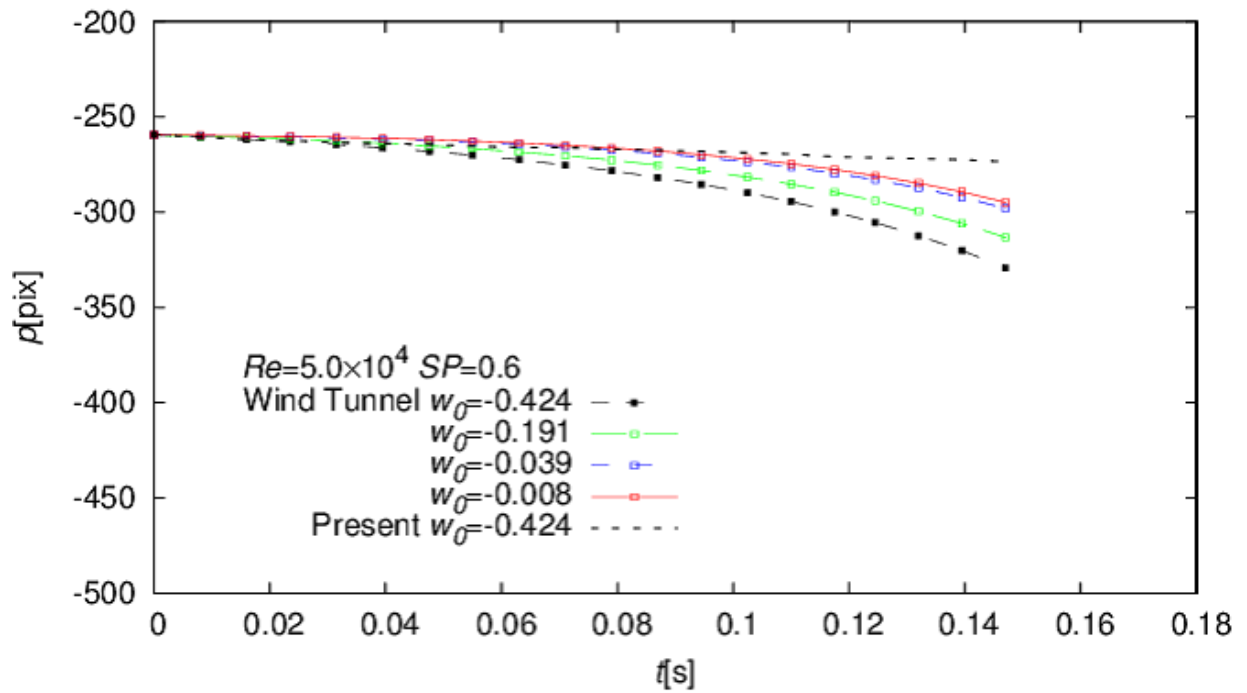
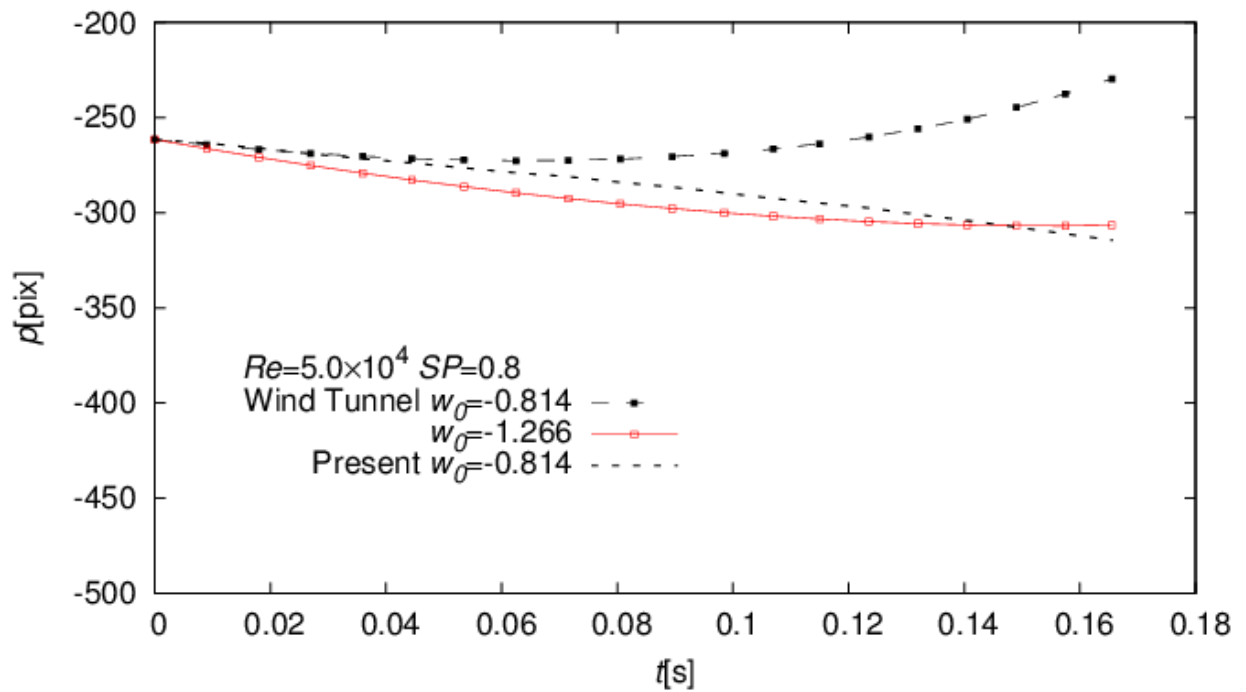
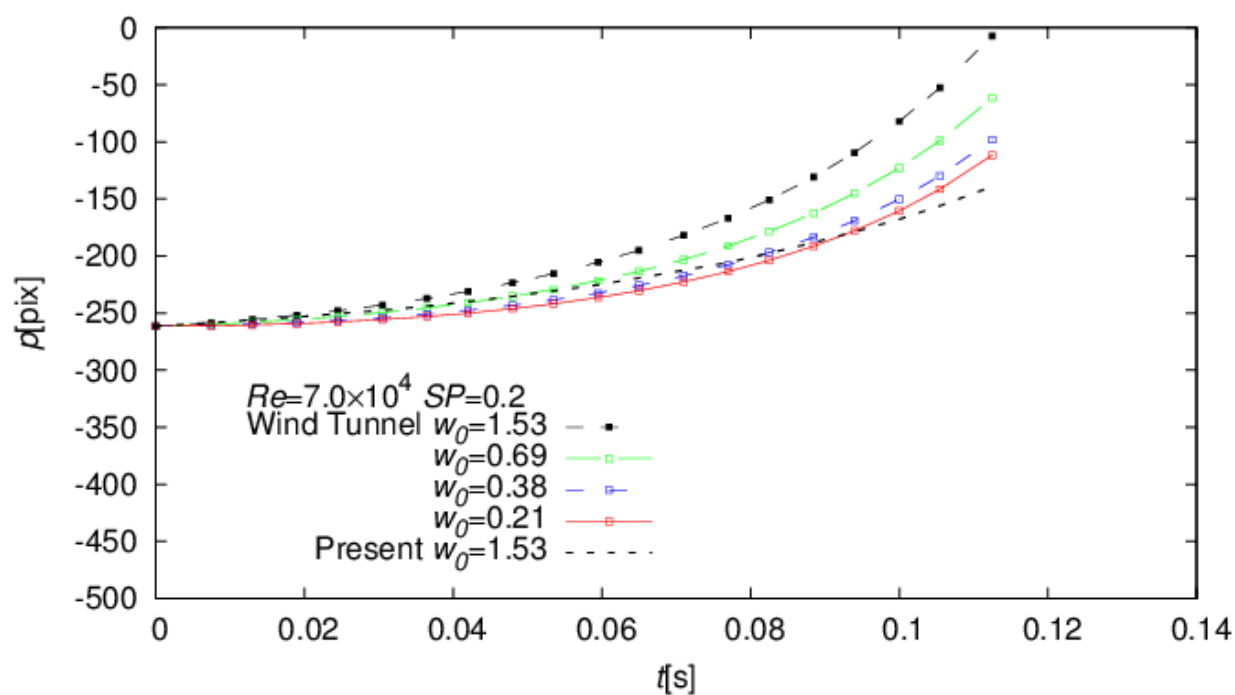
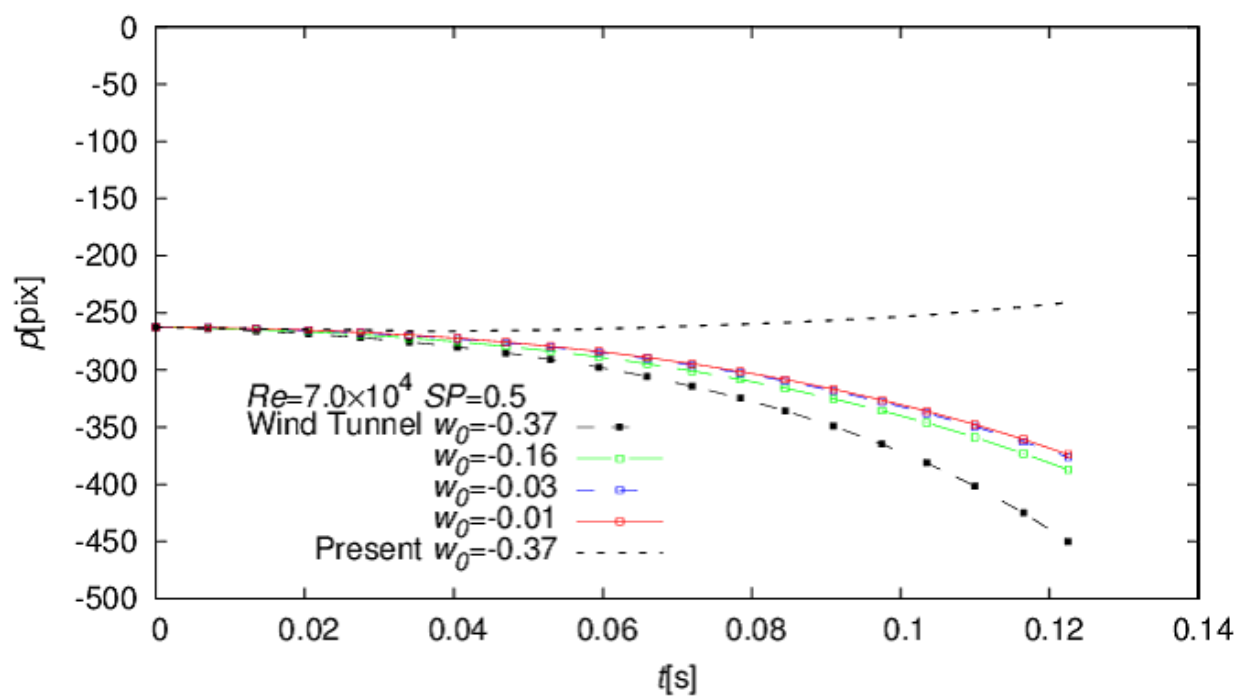
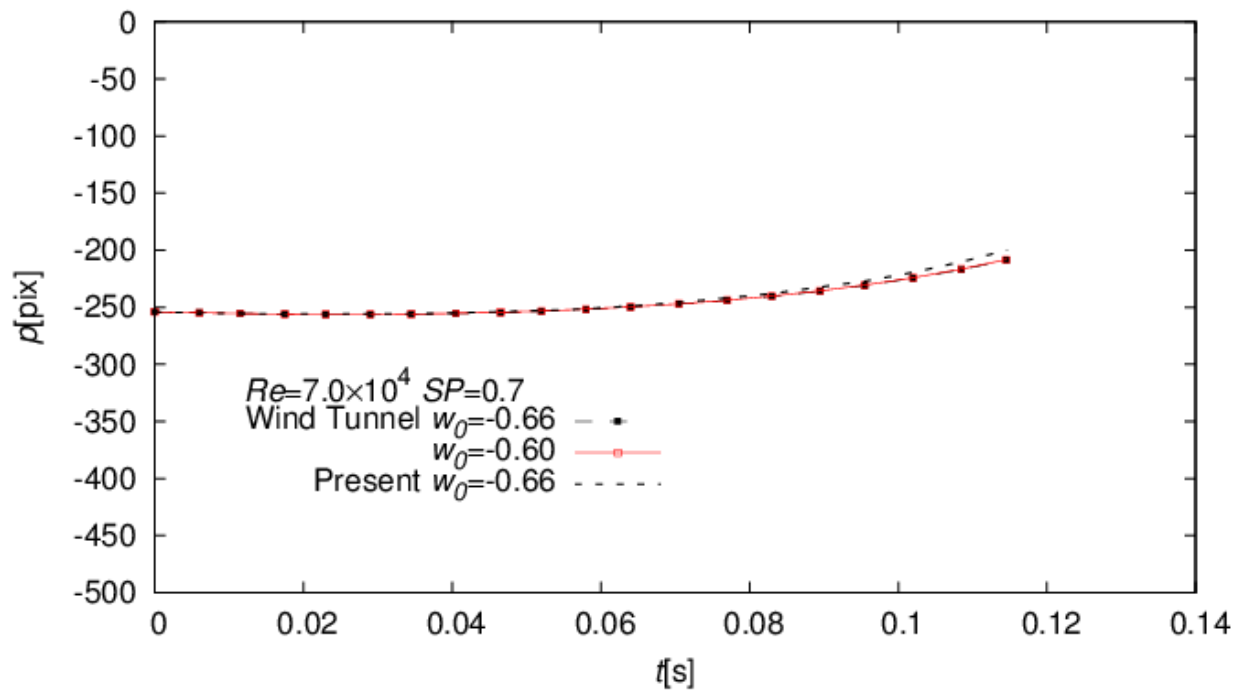
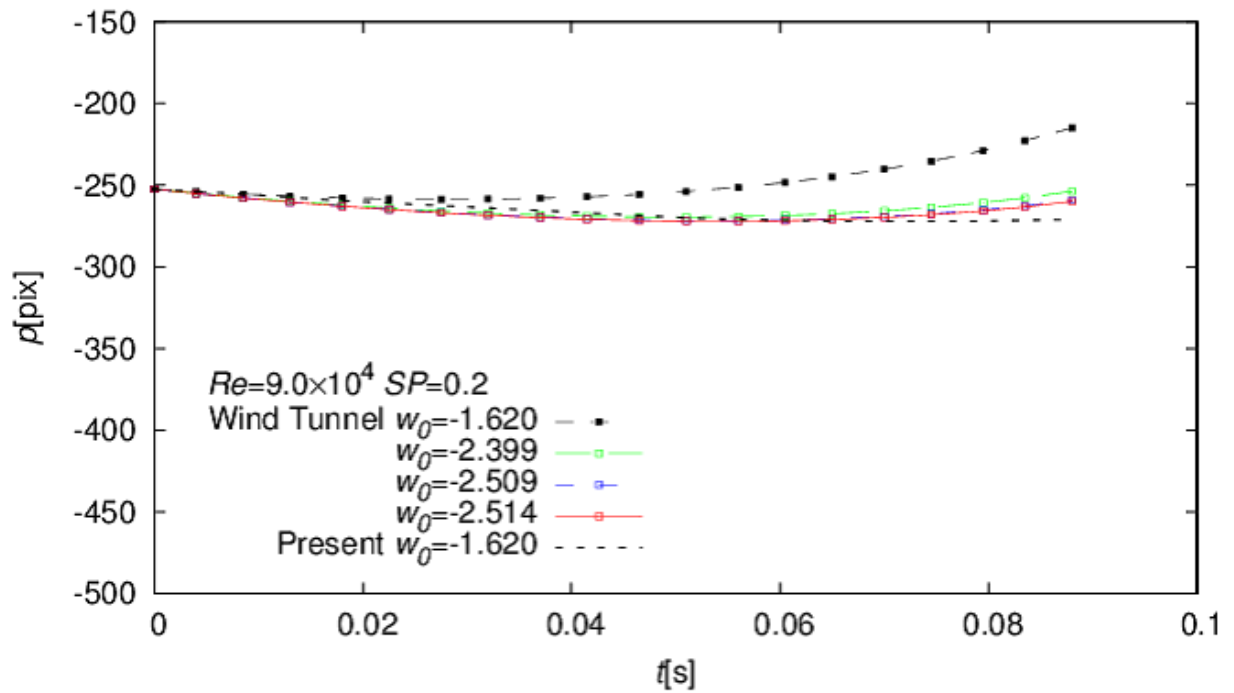


図 6.15: バックスピンの軌道 ($Re = 3.0 \times 10^4, SP = 0.3$)

図 6.16: バックスピンの軌道 ($Re = 3.0 \times 10^4$, $SP = 0.9$)図 6.17: バックスピンの軌道 ($Re = 5.0 \times 10^4$, $SP = 0.4$)

図 6.18: バックスピンの軌道 ($Re = 5.0 \times 10^4$, $SP = 0.6$)図 6.19: バックスピンの軌道 ($Re = 5.0 \times 10^4$, $SP = 0.8$)

図 6.20: バックスピンの軌道 ($Re = 7.0 \times 10^4$, $SP = 0.2$)図 6.21: バックスピンの軌道 ($Re = 7.0 \times 10^4$, $SP = 0.5$)

図 6.22: バックスピンの軌道 ($Re = 7.0 \times 10^4$, $SP = 0.7$)図 6.23: バックスピンの軌道 ($Re = 9.0 \times 10^4$, $SP = 0.2$)

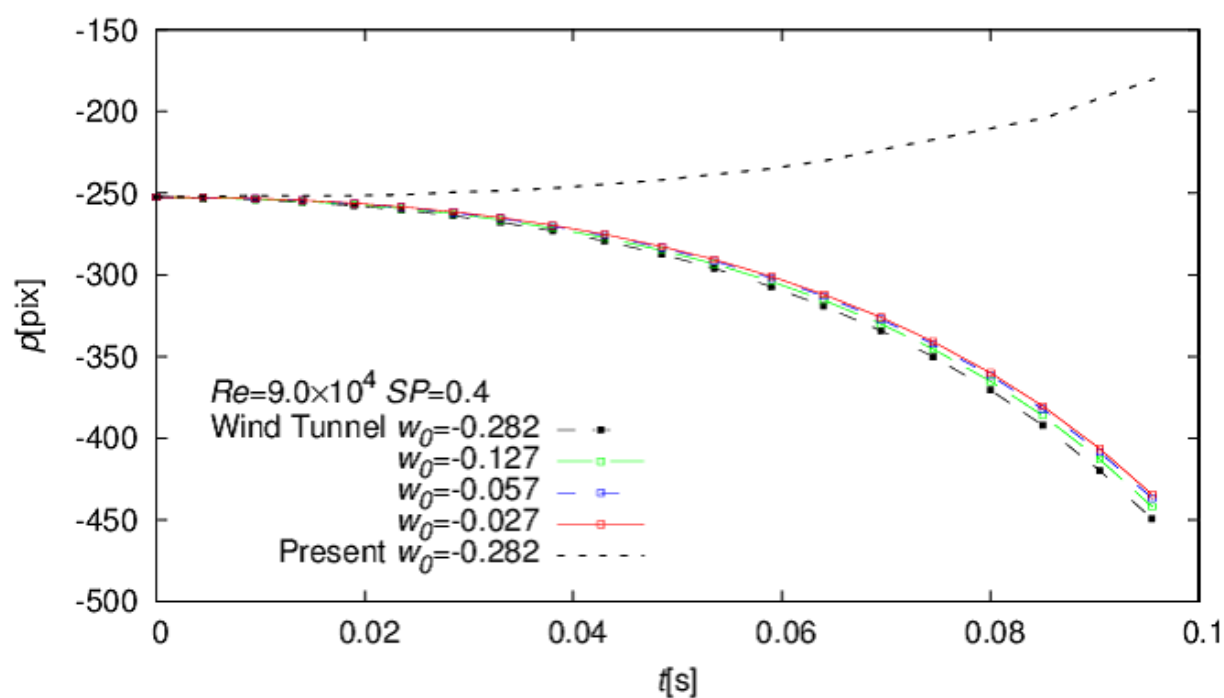
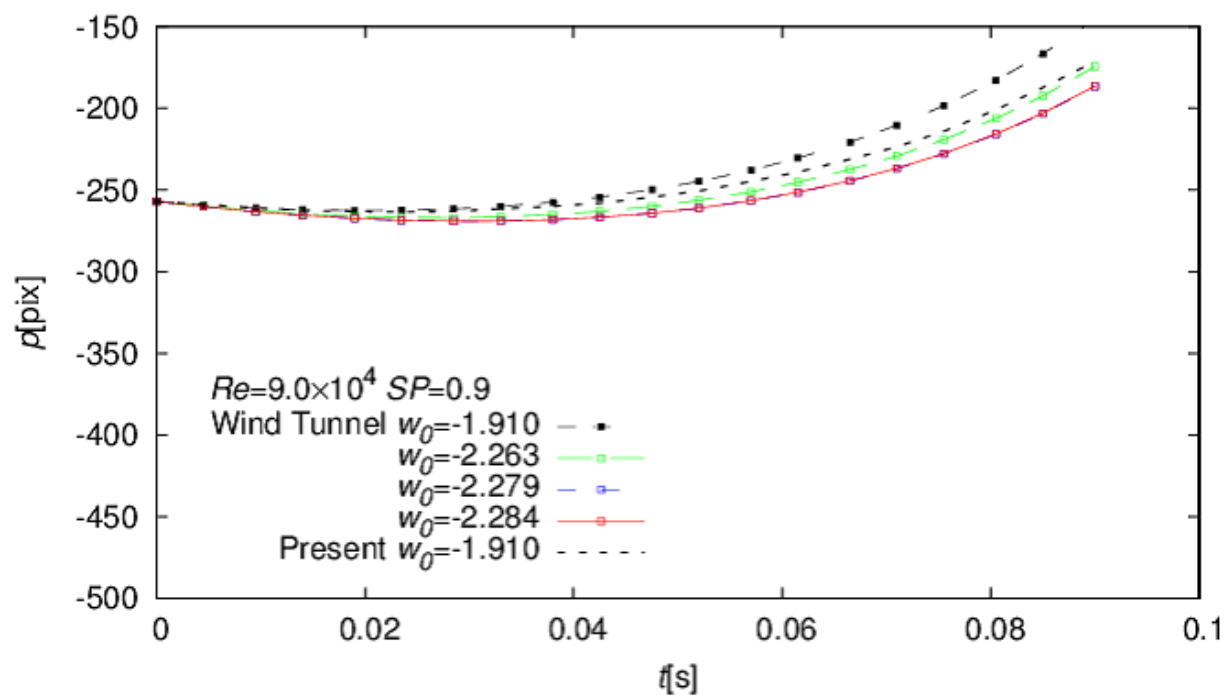
図 6.24: バックスピンの軌道 ($Re = 9.0 \times 10^4$, $SP = 0.4$)図 6.25: バックスピンの軌道 ($Re = 9.0 \times 10^4$, $SP = 0.9$)

表:6.1:飛翔実験と風洞実験の C_D, C_{LZ}

Re 数 ($\times 10^4$)	SP	C_D (飛翔)	C_{LZ} (飛翔)	C_D (風洞)	C_{LZ} (風洞)
3.0	0.3	0.480	0.246	0.546	0.300
	0.9	0.443	0.295	0.452	0.343
5.0	0.4	0.488	0.210	0.562	0.400
	0.6	0.440	0.127	0.446	0.051
	0.8	0.392	0.184	0.413	0.278
7.0	0.2	0.471	0.136	0.531	0.200
	0.5	0.460	0.142	0.419	-0.138
	0.7	0.345	0.175	0.366	0.183
9.0	0.2	0.487	0.103	0.531	0.200
	0.4	0.529	0.147	0.430	-0.193
	0.9	0.453	0.309	0.454	0.344

6.6 負のマグナス効果発生領域と卓球競技への影響

水槽実験から Taneda^[3] は「負のマグナス効果」が発生する領域を図6.26の実線内であるとした。また、高見ら^[6] は飛翔実験から $1.1 \times 10^5 \leq Re$ (図6.26の灰色の領域) と高 Re 数領域で「負のマグナス効果」の発生を確認している。一方、卓球競技で想定される $Re - SP$ 領域 (青色の領域) は Taneda の示す「負のマグナス効果」発生領域と $5.0 \times 10^4 \leq Re \leq 8.0 \times 10^4$ 付近で重なっていることがわかる。本実験では $Re \leq 9.0 \times 10^4$ 領域で測定を行ったが、「負のマグナス効果」の発生を確認することはできなかった。

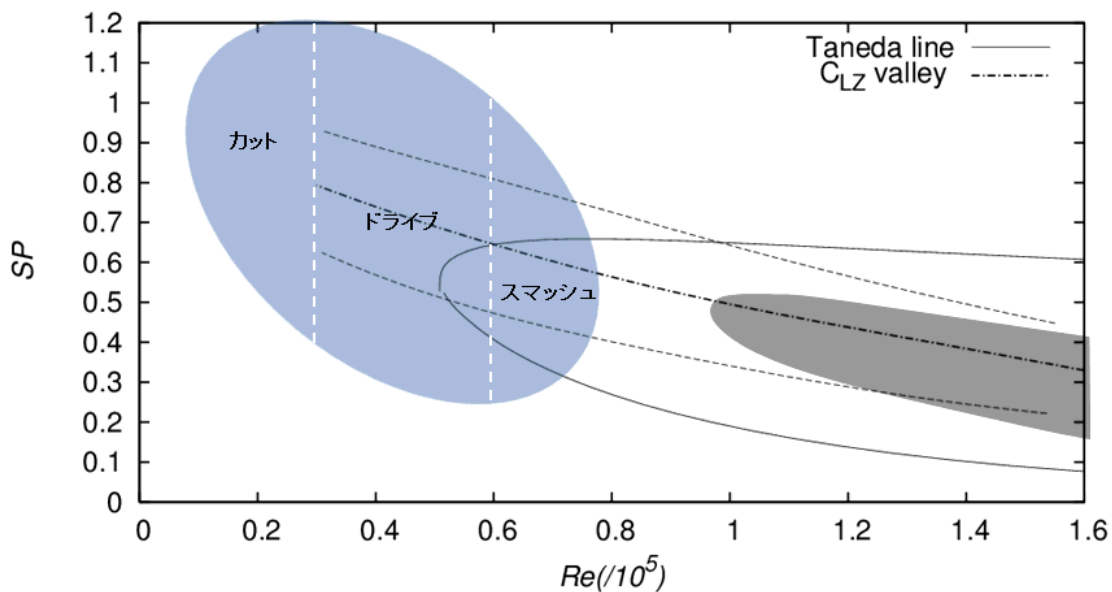


図6.26:負のマグナス効果発生領域

Taneda^[3] が示す領域で「負のマグナス効果」が発生しなかった原因の1つとして現象の非定常性が挙げられる。Taneda の水槽実験では現象の非定常性のため、負のマグナス効果が発生する状態に落ち着くまでに一定の時間を要したとされている。我々が行った飛翔実験ではボールの飛翔時間が0.3秒以下であるため、負のマグナス効果が発生するために十分な時間がなかった可能性が考えられる。

卓球競技で想定されるパラメーター領域内で揚力が負になることは確認できなかったが, 図6.26の破線で示した領域で C_D, C_{LZ} が SP とともに単調増加しない谷間が存在する. この抗力と揚力の変化がどの程度競技に影響を及ぼすか調べるために $u_0 = 19.5\text{m/s}$, $SP = 0, 0.5, 0.7, 1.0$ におけるトップスピンの軌道を比較した(図6.27). ボールは水平に打ち出され, 時間間隔 $\Delta t = 8.78 \times 10^{-3}\text{sec}$ ごとに位置をプロットしている. 図6.6で C_D, C_{LZ} の変化が著しい $SP = 0.5$ と $SP = 0.7$ の軌道を比較すると, ドライブの回転数がより高い $SP = 0.7$ の軌道の方が落ち込みが小さいことがわかる. 競技者がこの軌道から回転数が小さいことを予想すると, 実はそうではないわけで, 対応を間違えかねない. また, 飛翔時間が等しいにもかかわらず, $SP = 0.7$ の打球は他の打球に比べて飛距離が長い. これは, $SP = 0.7$ で C_D が小さいためである. 相手の打球がより早いタイミングで打ち込まれることになり, このタイミングの差も競技に影響を及ぼすと考えられる. 競技者もしくは指導者が C_D, C_{LZ} の Re, SP 依存性を意識した方がより効率的な競技力向上につながるだろう.

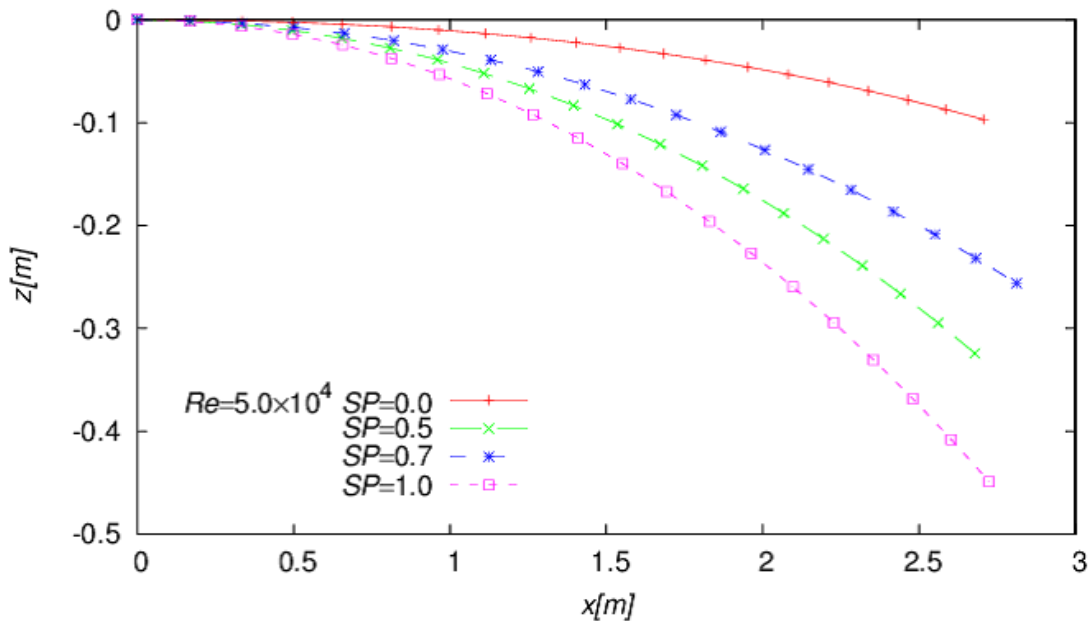


図6.27: トップスピンの軌道

6.7 数値計算との比較

6.2節に示した $Re = 2.0 \times 10^4$ における SP 依存性の結果と藤倉^[9]が行った直接数値計算結果 ($0 \leq SP \leq 0.5$) を比較する (図6.28). C_D に関しては $SP = 0.5$ まで飛翔実験結果と数値計算結果の値はほぼ一致する. C_{LZ} は $SP = 0.1$ までほぼ一致するが, $SP = 0.2$ 以降は飛翔実験の値の1/2倍程度と低い値をとる.

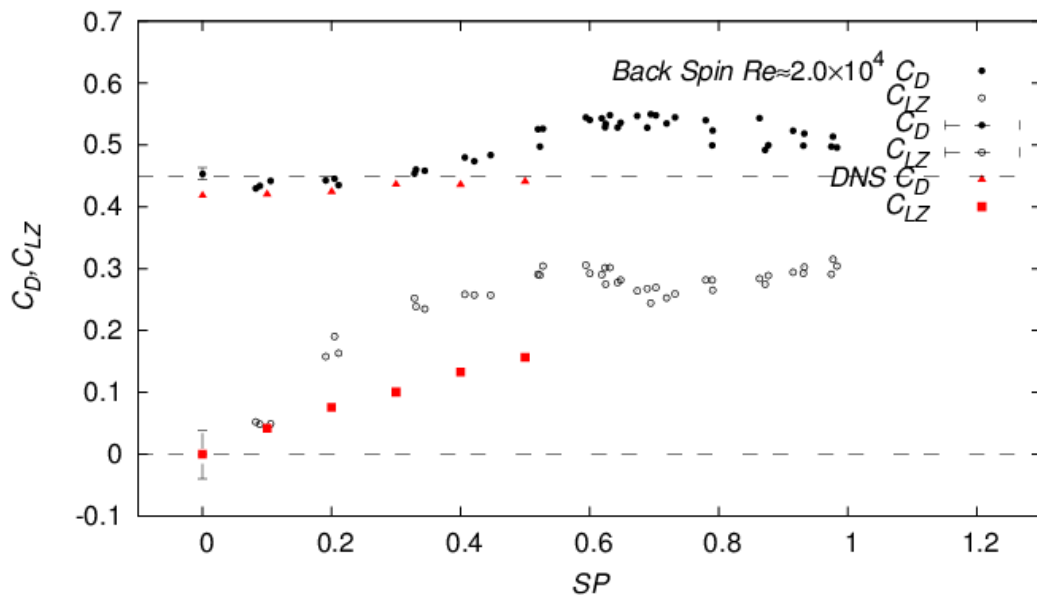


図6.28:数値計算との比較 ($Re = 2.0 \times 10^4$ における SP 依存性)

第7章

結言

卓球ボールの空力特性を調査するため、新型発射装置を用いて飛翔実験を行った。新型発射装置を用いることで高 SP 、高 Re 数領域 ($0 \leq SP \leq 1.5$, $2.0 \times 10^4 \leq Re \leq 1.1 \times 10^5$) において回転軸が $0^\circ \sim 90^\circ$ 傾いた状態での精度の高い飛翔実験が可能となった。本研究では、 Re 数、 SP 、回転軸が空力に及ぼす影響を調べるため、 C_D, C_{LZ} の Re 数依存性、 SP 依存性、回転軸 θ 依存性を測定した。また、本実験結果と風洞実験結果を比較し、以下の知見を得た。

- C_D, C_{LZ} の Re 数依存性 ($SP = 0.5, 1.0$, $SP = 0.34, \theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ$)

$SP = 0.5$ の場合、 C_D, C_{LZ} とともに Re 数が増加するにつれ、減少した。 $SP = 1.0$ の場合、 Re 数が増加するにつれて、 C_D は減少し、 C_{LZ} は増加した。 $SP = 0.34$ の場合、 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ では $C_D = 0.45$ で、 $\theta = 90^\circ$ では $C_D = 0.50$ でほぼ一定となった。 C_{LZ} は $\theta = 30^\circ, 90^\circ$ の場合、 Re 数が増加するにつれて減少し、 $\theta = 45^\circ$ の場合では $Re = 5.0 \times 10^4$ まで一定となり、 $5.0 \times 10^4 \leq Re \leq 6.5 \times 10^4$ で減少した。
- バックスピンにおける C_D, C_{LZ} の SP 依存性 ($Re = 2.0, 3.0, 5.0, 7.0, 9.0 \times 10^4$)

$2.0 \times 10^4 \leq Re \leq 9.0 \times 10^4$ の SP 依存性を測定した結果、「負のマグナス効果」の発生を確認することができなかった。しかし、 $Re = 9.0 \times 10^4$ では SP の増加とともに C_{LZ} が急激に減少し、 $SP = 0.5$ で $C_{LZ} \approx 0$ となることを確認した。卓球競技における Re 数領域 ($Re \leq 1.0 \times 10^5$) で「負のマグナス効果」が発生する可能性は小さいが、 C_{LZ} は SP の単調な増加関数ではないことが分かった。
- C_D, C_{LZ} の θ 依存性 ($Re = 3.0, 5.0 \times 10^4$)

$Re = 3.0 \times 10^4$ の場合, C_D は $\theta = 60^\circ$ まで $C_D = 0.45$ で一定となり, $60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で緩やかに増加し, $C_D = 0.48$ となった. $Re = 5.0 \times 10^4$ の場合, $\theta = 45^\circ$ まで $C_D = 0.45$ で一定となり, $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で緩やかに増加し, $C_D = 0.48$ となった. C_{LZ} は回転軸を 90° に傾けるにつれて緩やかに増加し, $Re = 3.0 \times 10^4$ の場合では $60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で $C_{LZ} = 0.25$, $Re = 5.0 \times 10^4$ の場合では $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で $C_{LZ} = 0.2$ とほぼ一定となった.

- 高見らの飛翔実験との比較

本実験結果と高見らが行った飛翔実験結果 ($Re = 1.1, 1.6 \times 10^5$ の SP 依存性) を比較した. C_D, C_{LZ} は増加 \rightarrow 減少 \rightarrow 増加と類似した傾向が見られ, $Re = 9.0 \times 10^4$ では正であった C_{LZ} が $Re = 1.1 \times 10^5$ では負となった. このことから, C_{LZ} は $Re = 1.0 \times 10^5$ 付近で正から負に転じることがわかった.

- 風洞実験との比較

本実験結果と小西らが行った風洞実験結果 ($3.0 \times 10^4 \leq Re \leq 9.0 \times 10^4$ の SP 依存性) を比較した. C_D, C_{LZ} の変動に類似した傾向が見られたが, 風洞実験では飛翔実験に比べて C_D, C_{LZ} の変動が著しく, 揚力が負となる領域も Taneda が示した領域と一致する. また, 風洞実験の C_D, C_{LZ} をもとに $Re = 3.0, 5.0, 7.0, 9.0 \times 10^4$ における飛翔軌道を計算し, 飛翔実験結果と比較した. $SP = 0.2, 0.8$ 付近では, 両者の軌道は類似した軌道となるが, 完全には一致しなかった. C_{LZ} が急激に減少する領域では, 両者の C_D, C_{LZ} の差が大きいため, まったく軌道は一致しなかった.

- 数値計算との比較

$Re = 2.0 \times 10^4$ における SP 依存性と数値計算結果 ($0 \leq SP \leq 0.5$) を比較した. C_D はほぼ一致したが, C_{LZ} は $SP > 0.2$ で飛翔実験結果の約 $1/2$ 倍となった.

参考文献

- [1] L. Rayleigh : On the irregular flight of a tennis ball, *Messenger of Mathematics*, **7** (1877) 14-16. Reprinted in Scientific Papers(Cambridge,1899), **1** 344-346.
- [2] G. Magnus : *Poggendorfs annual on Physics and Chemistry*, **88** (1853).
- [3] S.Taneda: Negative Magnus Effect, Reports of Research Institute for Applied Mechanics(1957) 123-128
- [4] 中川順達, 矢部孝, 三崎雅也, 馬目和人, 山田哲理 : バックスピン時のディンプル球の空力特性, 日本機械学会 2005 年度年次大会講演論文集.
- [5] 小西康郁, 奥泉寛之, 大野智之, 大林茂: 卓球ボールにおける負のマグナス力の測定, スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2013 講演論文集.
- [6] 高見圭太 : 高見圭太, 宮寄武, 姫野龍太郎: バックスピンする球体に働く負のマグナス力 - 飛翔実験による測定 -, *ながれ*, **28** (4) (2009) 347-356.
- [7] M. Muto, M. Tsubokura, and N. Oshima: Negative Magnus lift on a rotating sphere at around the critical Reynolds number, *Phys. Fluids* **24** (2012) 014102.
- [8] Maccoll: Aerodynamics of a spinning sphere, Journal of the Royal Aeronautical Society, **28**, 777-798 (1928).
- [9] 藤倉淳 : 球の揚力係数の回転依存性についての直接数値シミュレーション, 東京電機大学 機械工学科 卒業論文 (2013).

- [10] 田中晃平, 福重貴之, 宮寄武, 姫野龍太郎: 卓球ボールの空力特性, *ながれ*, **33** (1) (2014) 掲載予定.
- [11] 鈴木一史, 榊井和典, 向山桂太, 宮寄武, 澤田秀夫: 矢の空力特性 - 境界層遷移に対する先端形状の影響 -, *ながれ*, **29** (4) (2010) 287-296.
- [12] 葛西順一: 卓球-ボールの速度と回転数, *Japanese Journal of Sports Sciences*, **12** (6) (1993) 372-378.
- [13] 平田雄一郎: 卓球ボールの空力特性 ~ 新型発射装置による飛翔実験 ~, 電気通信大学知能機械工学科卒業論文 (2011).
- [14] 福重貴之: 卓球ボールの空力特性 ~ 新型発射ロボットによる飛翔実験 ~, 電気通信大学大学院知能機械工学専攻修士論文 (2012).

謝辞

本研究を敢行するにあたり、御指導いただきました電気通信大学大学院 知能機械工学専攻 宮寄武教授、田口智清助教に深く御礼申し上げます。

また、共同研究としてお世話になりました理化学研究所 情報基盤センター長 姫野龍太郎先生に御礼申し上げます。

本研究は卓球組として行いました。本研究が敢行できたのも諸先輩方の功績があったからこそだと思っております。また、後輩諸君の手助けにも感謝いたします。ありがとうございました。